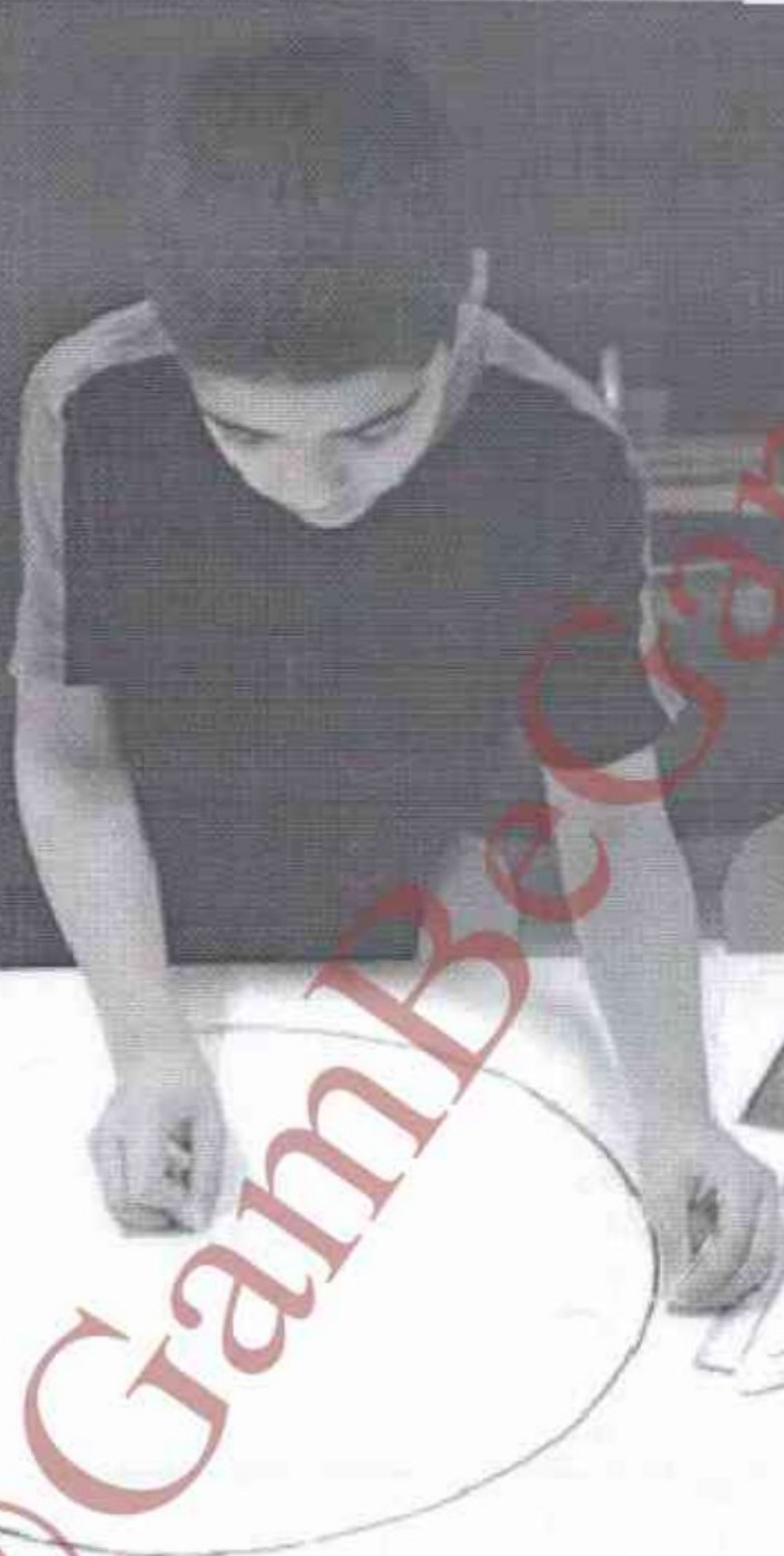


- ⊗ راهبرد رسم شکل
- ⊗ راهبرد الگوریتمی
- ⊗ راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- ⊗ راهبرد الگوریتمی
- ⊗ راهبرد حدس و آزمایش
- ⊗ راهبرد زیر مسئله
- ⊗ راهبرد حل مسئله ساده‌تر
- ⊗ راهبرد بررسی‌های پسین

MATH-HOME.IR

فصل ۱

راهبردهای حل مسئله



CamScanner

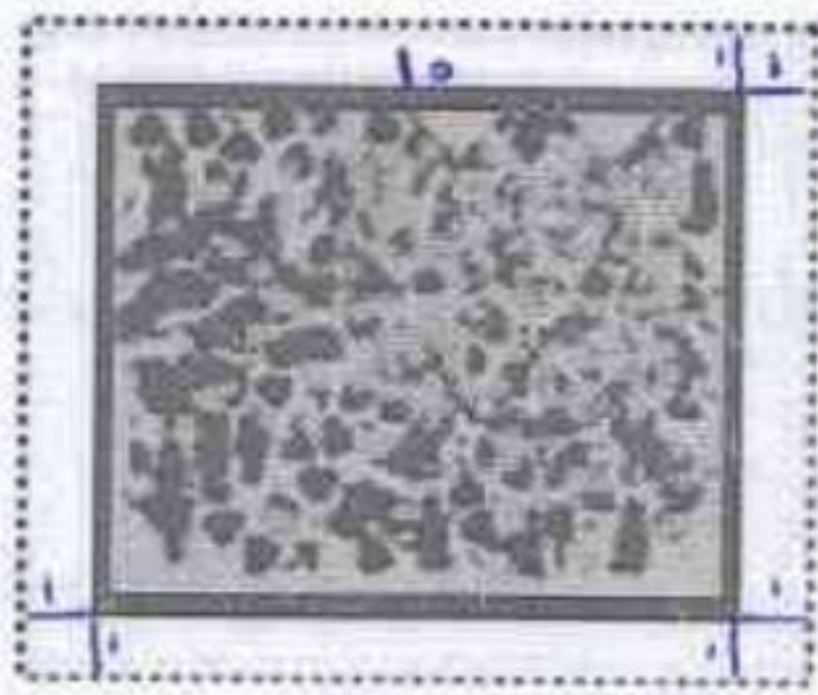
راهبرد رسم شکل - فکر بصیری را تقویت در کند

کشیدن یک شکل مناسب می تواند به حل مسئله کمک یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. ممکن است این شکل در ذهن شما باشند. منظور از رسم شکل نقاشی نیست؛ بنابراین از ترسیم های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنید.

اشکال سؤال: در رسم شکل تناسب بین طول و عرض رعایت نشده است

۱- یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله یک متر از لبه باغچه دور تا دور

آن را نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟



$$(7+12) \times 2 = 38$$

ابتدا یک مستطیل رسم کنید دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می آید. طول و عرض این

مستطیل چقدر است؟ $طول = 12$ عرض 7



$$محیط = 2 \times (5+7)$$

۲- تویی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا

می آید. این توب از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند متر حرکت کرده است؟

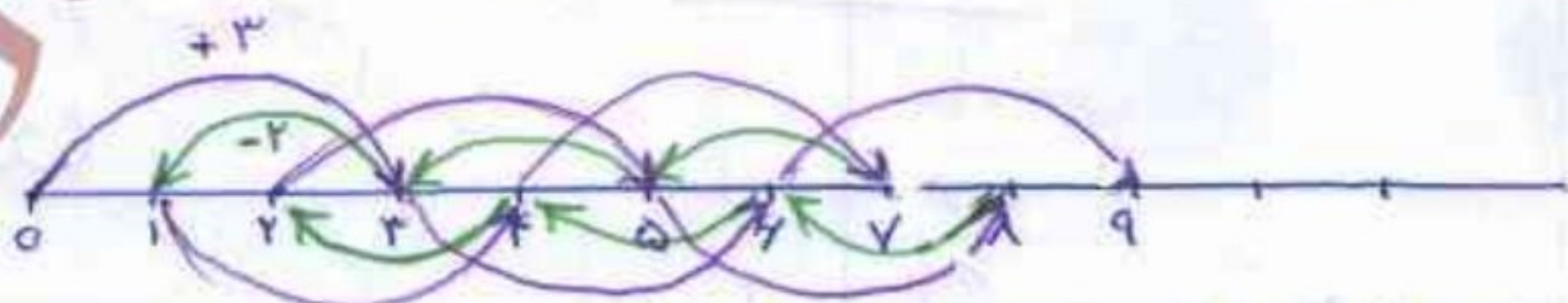


$$18 + (9+9) + (4.5+4.5) = 45$$

۳- قورباغه ای می خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می رود و هر بار ۲ متر سر

می خورد و پایین می آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می رسد؟

در پرسش آخر چون به بالای دیوار می رسد پس سرنفی خورد



$$(3-2) + (3-2) + (3-2) + (3-2) + (3-2) + (3-2) + 3 = 9$$



در بعضی مسئله‌ها لازم است همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این که حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی کمک می‌کند که مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید.

۱- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد. جدول را با یک نظم و ترتیب کامل بکشید.

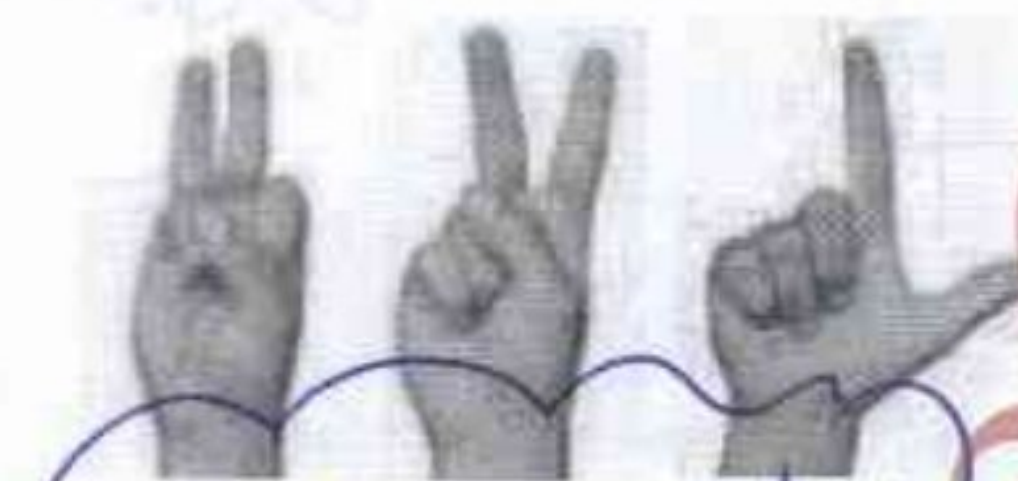
اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟ ۱
حاصل ضرب آن در چه عدد ۲۴ می‌شود؟ ۲۴
اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.

نکته: اگر عدد مورد نظر جذر داشته باشد آن دو عدد جذر مثبت آن عدد است حاصل جمع
حاصل ضرب ۳۶

عدد ۱	عدد ۲	حاصل جمع
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
...
۶	۶	۱۲

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



فرمول: $\frac{5 \times 4}{2} = 10$

انگشت ۱	انگشت ۲
۱	۲
۱	۳
۱	۴
۱	۵
۲	۳

۱	۲
۲	۳
۲	۴
۲	۵

۱	۲
۳	۴
۳	۵



$3 \times 3 = 9$

$3 \times (3 \times 3) = 27$

سوال: آیا باید هر سه عدد در عدد مورد نظر بکار برود؟ جواب: خیر

۴- با سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می‌توان ۵۰۰ تومان درست کرد؟

سکه ۱۰۰ تومانی | سکه ۵۰ تومانی

۱۰	۰
۸	۱
۶	۲
۴	۳
۲	۴
۰	۵

سوال: آیا از هر دو سکه باید استفاده کنیم؟

جواب: آری



زمانی که داده‌های مسئله زیاد است آنچه نامطلوب است را می‌توانیم حذف کنیم

با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانید حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید تا با حذف آنها پاسخ مسئله و یا همان حالت‌های مطلوب به دست آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

روش اول: حاصل ضرب ۷۰ را در نظر می‌گیریم
روش دوم: حاصل جمع ۱۴ را در نظر می‌گیریم

در حل این مسئله از اعداد طبیعی استفاده شود

۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟
ابتدا با راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید.
به این جدول چه متونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

تعداد	تعداد	تعداد	حاصل ضرب
۱	۱	۱۲	۱۲
۱	۲	۱۱	۲۲
۱	۳	۱۰	۳۰
۱	۴	۹	۳۶
۱	۵	۸	۴۰
۱	۶	۷	۴۲
۲	۲	۱۰	۴۰
۲	۳	۹	۵۴

تعداد	تعداد	تعداد	حاصل جمع
۱	۱	۷۰	۷۲ X
۱	۲	۳۵	۳۸ X
۱	۵	۱۴	۲۰ X
۱	۷	۱۰	۱۸ X
۲	۵	۷	۱۴ ✓

تعداد	تعداد	تعداد	حاصل ضرب
۲	۴	۸	۶۴
۲	۵	۷	۷۰

۲- دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟
در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و بقی مانده نامطلوب‌اند.

- یا این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟
- آیا عدد مورد نظر شما ۲۷ است؟ نامطلوب
 - آیا عدد مورد نظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟ مناسب
 - آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟ نامطلوب
 - آیا عدد مورد نظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟ مناسب‌تر است

با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آنها به عدد مورد نظر رسید.

محدود می‌کند



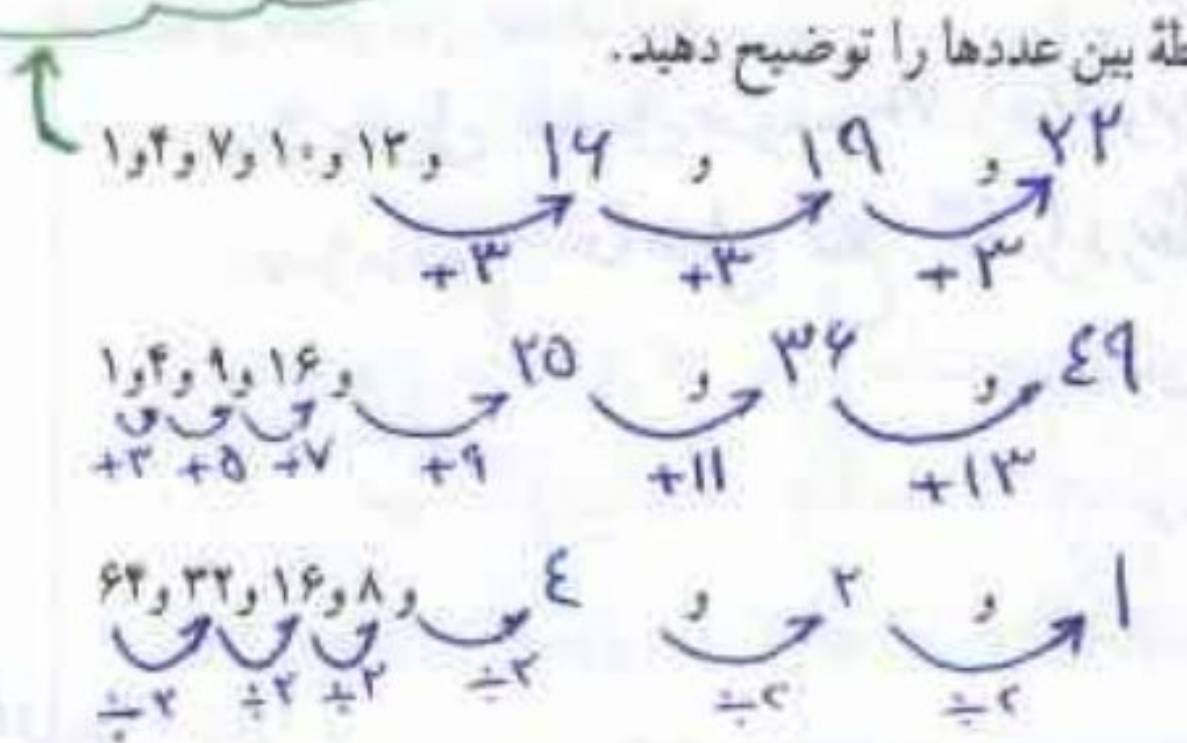
باز هبرد الگوسازی ارتباط دارد

باز هبرد الگویابی ←

هدف پیدا کردن جمله n ام نیست
تفکر انتقادی را رشد می دهد (رانشن آموزان قوانین مختلفی را ایجاد می کنند)

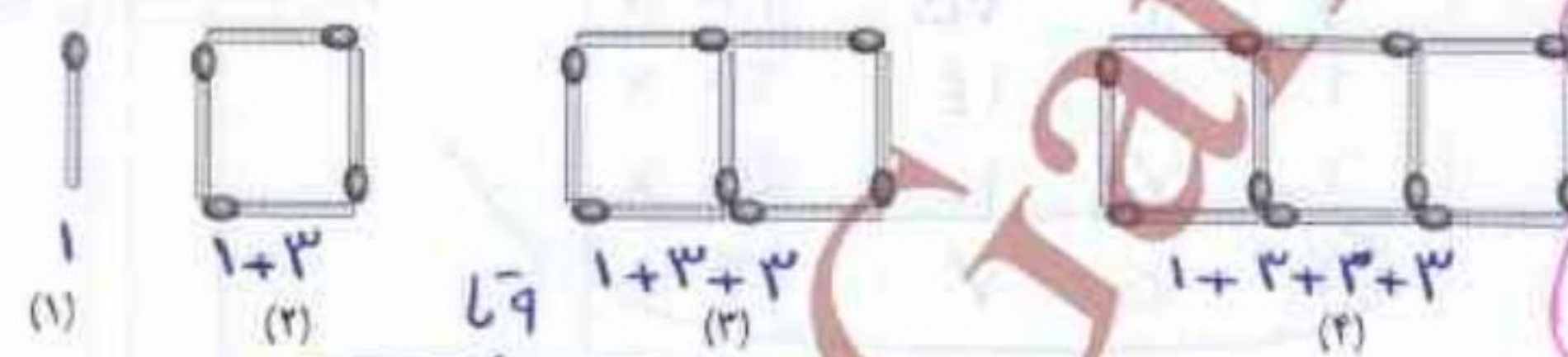
در ریاضی با دو نوع الگوی عددی و یا هندسی مواجه می شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله های عددی و یا هندسی کمک می کند تا بتوانید خواسته مسئله را پاسخ دهید. این راهبرد در مسئله هایی کاربرد دارد که بین شکل ها و یا عددها الگو و رابطه ی خاصی وجود داشته باشد.

$1 + (-1 \times \text{شماره ی جمله}) \times 3$



$3k - 2$ (شماره ی جمله $3 \times$)
 k^2 (فردین \times شماره ی جمله)
 $2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$ (شماره ی جمله ی بی کمتر)

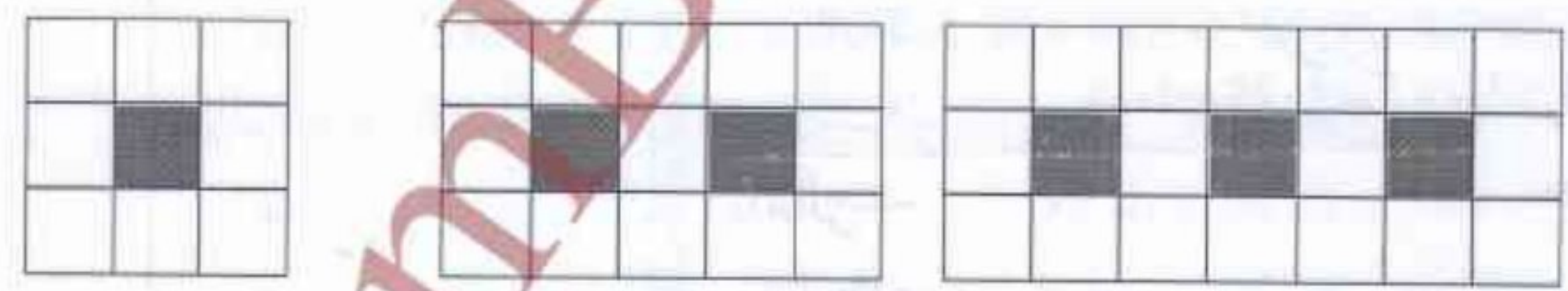
2- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می شود؟ چرا؟



$1 + (-1 \times \text{شماره ی جمله}) \times 3$
 $(\text{شماره ی جمله}) - 2$

$1 + (3 + 3 + 3 + \dots + 3) = 1 + 27 = 28$

3- اگر شکل ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره 6، رنگی است؟



$\frac{1}{9}, \frac{2}{15}, \frac{3}{21}, \frac{4}{27}, \frac{5}{33}, \frac{6}{39}, \dots, \frac{k}{4k+3}$

جمله ی نهمین

شماره ی جمله
 $\frac{3 + \text{شماره ی جمله} \times 4}{4 \times \text{شماره ی جمله}}$

راهبرد تست کردن معادله

ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد و یا رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد. شما می توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله حدس خود را بررسی و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس ها و آزمایش های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

$$3k + 2(20 - k) = 45$$

$$3k + 40 - 2k = 45$$

$$k = 5$$

۱- دستگاه دو چرخه و سه چرخه در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ های آنها ۴۵ عدد

باشد، چند دو چرخه و چند سه چرخه در پارکینگ وجود دارد؟

تعداد دو چرخه	تعداد سه چرخه	بررسی آزمایش
۱۰ → ۲۰	۱۰ → ۳۰	۵۰
۱۲ → ۲۴	۸ → ۲۴	۴۸
۱۵ → ۳۰	۵ → ۱۵	۴۵

نکته: حدس ها باید منطقی باشند

مجموع دو چرخه ها و سه چرخه ها باید ۲۰ عدد باشد



در حدس اول تعداد دو چرخه ۱۰ و تعداد سه چرخه ها را هم ۱۰ عدد در نظر

بگیرید.

با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کنید.

با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه چرخه ها را بیشتر کرد یا دو چرخه ها را؟

چرا؟ دو چرخه ها - چون تعداد چرخ ها زیاد است وقتی یک دستگاه

دو چرخه اضافه نمی شود! دستگاه سه چرخه هم نمی شود و در این بین از چرخ های کل کمی کم شود

۲- دو زاویه متمم اند. یکی از این زاویه ها از ۳ برابر زاویه دیگر ۱۰ درجه بیشتر است. اندازه هر زاویه را

پیدا کنید.

A	B	بررسی
۱۰	$3 \times 10 + 10 = 40$	$10 + 40 = 50$ کم است
۲۰	$3 \times 20 + 10 = 70$	$20 + 70 = 90$

A	B	$3 \times A + 10 = B$
۱۰	۸۰	$3 \times 10 + 10 = 40$ X
۱۵	۷۵	$3 \times 15 + 10 = 55$ X
۲۰	۷۰	$3 \times 20 + 10 = 70$

روش اول

روش دوم

۳- به جای □ چه عددی می توان قرار داد؟

به جای □ عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱ شروع کنید.

حدس	$3 \times \square + 10$	بررسی
۱۰	$3 \times 10 + 10 = 40$	زیاد است
۸	$3 \times 8 + 10 = 34$	زیاد است
۷	$3 \times 7 + 10 = 31$	✓

نهایت دست ورزی: حالت استخر را بچه ها سازند تا مفهوم را بهتر درک کنند

MATH-HOME.IR

راهبرد زیر مسئله هدف نوشتن زیر مسئله ها هست

دانش آموزان نوشتن مسئله های کوچک تر سوال را بهتر درک می کنند

مسئله پیچیده و چند مرحله ای را به مسئله ساده و مرحله به مرحله تبدیل کنید. فهرستی از این زیر مسئله ها را درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیر مسئله ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیر مسئله به حل مسئله بعدی کمک می کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

$$5 \times 3000 = 15000$$

الف) پس انداز ۵ هفته چقدر می شود؟

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

$$15000 \times 2 = 30000$$

می توانیم از دانش آموزان بخواهیم، آیا می توانند راه دیگری برای بدست آوردن مساحت

مساحت جانبی دیواره ها بدست آورید **نکته:** مساحت جانبی = ارتفاع × محیط دایره = ارتفاع × طول عمیق

۲- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. می خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع ۰/۳ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



الف) مساحت کف استخر چقدر است؟ $6 \times 12 = 72$ متر مربع

ب) مساحت دیواره های به ضلع ۶ و ۳ یکی هم چقدر است؟ $2 \times (3 \times 6) = 36$ متر مربع

ج) مساحت ... ۱۲، ۶، ۳ ... ؟ $2 \times (3 \times 12) = 72$ متر مربع

د) کل استخر چقدر است $72 + 36 + 72 = 180$ متر مربع

ه) مقدار رنگ لازم چقدر است؟ $180 \times 0.3 = 54$ کیلوگرم

۳- میوه فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این



میوه فروشی از این کار خود چقدر سود برده است؟

الف) برای خرید سیب چقدر است؟ $40 \times 2500 = 100000$ تومان

ب) برای خرید پرتقال چقدر است؟ $80 \times 1500 = 120000$ تومان

پ) کل پول پرداخت شده چقدر است؟ $100000 + 120000 = 220000$ تومان

ت) برای فروش سیبها چقدر است؟ $40 \times 3000 = 120000$ تومان

ث) برای فروش پرتقالها چقدر است؟ $80 \times 2000 = 160000$ تومان

ج) کل پول فروش میوهها چقدر است؟ $120000 + 160000 = 280000$ تومان

ح) میزان سود این میوه فروشی چقدر است؟ $280000 - 220000 = 60000$ تومان

$$40 \times (3000 - 2500) + 80 \times (2000 - 1500) = 120000 + 40000 = 160000$$

سود کل سیب

سود کل پرتقال

سود کل سیب

سود کل پرتقال

در اینج راهبرد دانش آموز با حل مسئله ساده تر به راه حل مسئله اصلی پی می برد.

راهبرد حل مسئله ساده تر دانش آموز با حل آهسته بآهسته مسائل را به شکل ساده تر حل کند

MATH-HOME.IR

با تبدیل مسئله به زیر مسئله ارتباط دارد

برای حل بعضی از مسئله ها ابتدا مسئله ساده تر و مرتبط با آن را حل می کنیم سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده جواب مسئله اصلی را به دست می آوریم. برای ساده کردن مسئله می توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک تر استفاده کرد. برای نتیجه گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگوبایی استفاده می کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می کنیم.

استفاده از اعداد ساده تر باعث می شود دانش آموز راه حل مسئله را پیدا کند

۱- قطر خورشید 1392530 کیلومتر و قطر کره زمین $12756/6$ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید.
 $1392530 \approx 1000000$
 $12756/6 \approx 10000$
 خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید.

$1000000 \div 10000 = 100$



$1,392,530 \div 12756/6 = 109,14$

۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$

به جای حل کردن عبارت بالا ابتدا ساده شده این مسئله را پاسخ دهید.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

بنویسید: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$

۳- اگر ۱۰ نقطه را که روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم چند پاره خط به وجود می آید؟

تعداد پاره خط ها در واقع مجموع تعداد ضلع ها و تعداد قطر هاست
 یک الگو پیدا کنید و برای ۱۰ نقطه نتیجه گیری کنید.
 نکته: از رابطه های معادلات استفاده شود



$2 + 1 + 0 = 3$



$3 + 2 + 1 + 0 = 6$



$4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$

$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$

تعداد پاره خط ها = $(\text{تعداد نقاط} - 1) \times \text{تعداد نقاط}$

بسیاری از مسئله‌ها را می‌توان به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کرد. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها نیز ممکن است از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱- احمد ۳۰۰۰ تومان پول داشت، او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

$$4 \times \square + 2000 = 3000$$

متن این سوال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

مربع نشان دهند چه چیزی است؟ قیمت هر دفتر

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد)

$$1000 \rightarrow 4 \times 1000 + 2000 = 6000$$

$$2000 \rightarrow 4 \times 2000 + 2000 = 14000$$

$$4000 \rightarrow 4 \times 4000 + 2000 = 24000$$

$$7000 \rightarrow 4 \times 7000 + 2000 = 30000 \rightarrow \text{قیمت هر دفتر ۷۰۰۰ تومان}$$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته

باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

$$6 \times \square + 10 = 100$$

$$5 \rightarrow 6 \times 5 + 10 = 40$$

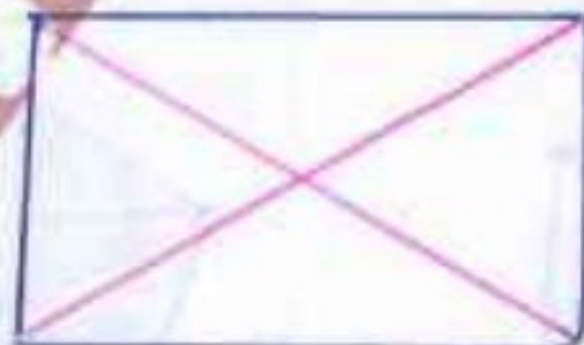
$$10 \rightarrow 6 \times 10 + 10 = 70$$

$$15 \rightarrow 6 \times 15 + 10 = 100 \checkmark$$

در هر ساعت ۱۵ صفحه مطالعه کرده است

۳- یک سالن مستطیل شکل است. می‌خواهند در مکانی از سقف این سالن درجه کولر قرار دهند، به طوری که

از ۴ گوشه آن به یک اندازه باشد. محل درجه را تعیین کنید. مرکز معارن



مخارین سازی هندسی



مساحت $S = a^2 \rightarrow a$ ضلع مربع

مرور راهبردها

$$\frac{90}{100} a \times \frac{90}{100} a = \frac{81}{100} a^2 = 81\% S \Rightarrow 100\% - 81\% = 19\%$$

از مساحت کم می شود

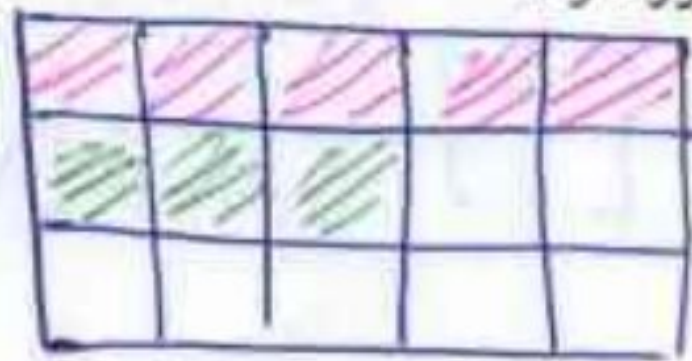
در حل این مسئله ها از راهبردهایی که آموخته اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله ای راه، جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله ها می توانید از ماشین حساب استفاده کنید. در مورد راهبردهای مختلف با هم کلاسی های خود گفت و گو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبردها حل شود یا چند نفر از یک راهبردها استفاده کنند ولی نحوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبردهای رسم شکل حل می کنند اما نحوه شکل کشیدن آنها ممکن است متفاوت باشد. در یک کلاس

ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبردها و راه حل وجود دارد. $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$

۱- $\frac{1}{3}$ دانش آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانش آموزان آن کلاس فوتبال بازی می کنند. سایر دانش آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می کنند. این کلاس چند دانش آموز دارد؟

$$14 \div 7 = 2$$

$$15 \times 2 = 30$$

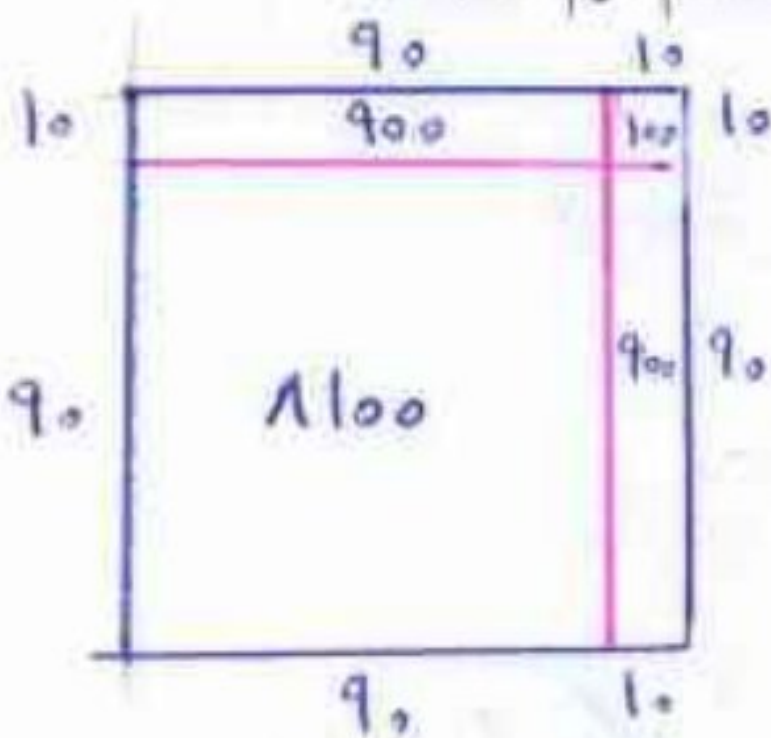


۱- چه نسبی از کلاس بسکتبال یا فوتبال می کنند

۲- چه نسبی از کلاس ورزش نمی کنند

۳- این کلاس چند دانش آموز دارد

بالا \rightarrow ۲- مساحت مربعی به ضلع ۱۰ سانتی متر، ۱ متر مربع است. اگر از ضلع مربع ۱۰ درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می شود؟



$$\frac{1900}{10000} = \frac{19}{100} = 19\%$$

رسم شکل و زیر مسئله

۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت های زیر بذر پاشی کرده است:
گندم: ۴۵٪ جو: ۳۷٫۵٪ ذرت: ۱۷٫۵٪
اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.



$$\frac{45}{100} \times 15 \Rightarrow \square = \frac{45 \times 15}{100} = 6,75$$

$$\frac{37,5}{100} \times 15 \Rightarrow \square = \frac{37,5 \times 15}{100} = 5,625$$

$$15 - (6,75 + 5,625) = 2,625$$

۴- حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4} \times \dots \times \frac{101}{100}$$

$$\frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4} \times \dots \times \frac{101}{100} = \frac{101}{2}$$

نکته: مخارج هر کسر با صورت کسر قبلی برابر است پس ساده می شود
صورت آخری $\frac{101}{100}$
مخرج اولی $\frac{2}{2}$

راهبردهای حل مسئله ای ساده تر

اسئال چابقی

الگویابی

راهبردهای زیر مسئله و ماشین ساری

مساحت زیر کشت گندم؟

مساحت زیر کشت جو؟

مساحت زیر کشت ذرت؟

در حل سؤال ۵ از باسین حساب استفاده شود

$$\frac{3}{8} \times \square \rightarrow 1840$$

$$\frac{3}{8} \times 4940$$

۱- چه تعداد از کفش های این کارگاه پسرانه است؟

$$\frac{3}{8} \times 4940 = 1840$$

۲- چه تعداد از کفش های دخترانه است؟

$$4940 - 1840 = 3100 \quad \text{یا} \quad \frac{5}{8} \times 1840 = 3100$$

۵- در یک کارگاه تولید کفش ۴۹۴۰ جفت کفش تولید شده است. $\frac{3}{8}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه

راهبرد زیر مسئله

راهبرد غارین ساری

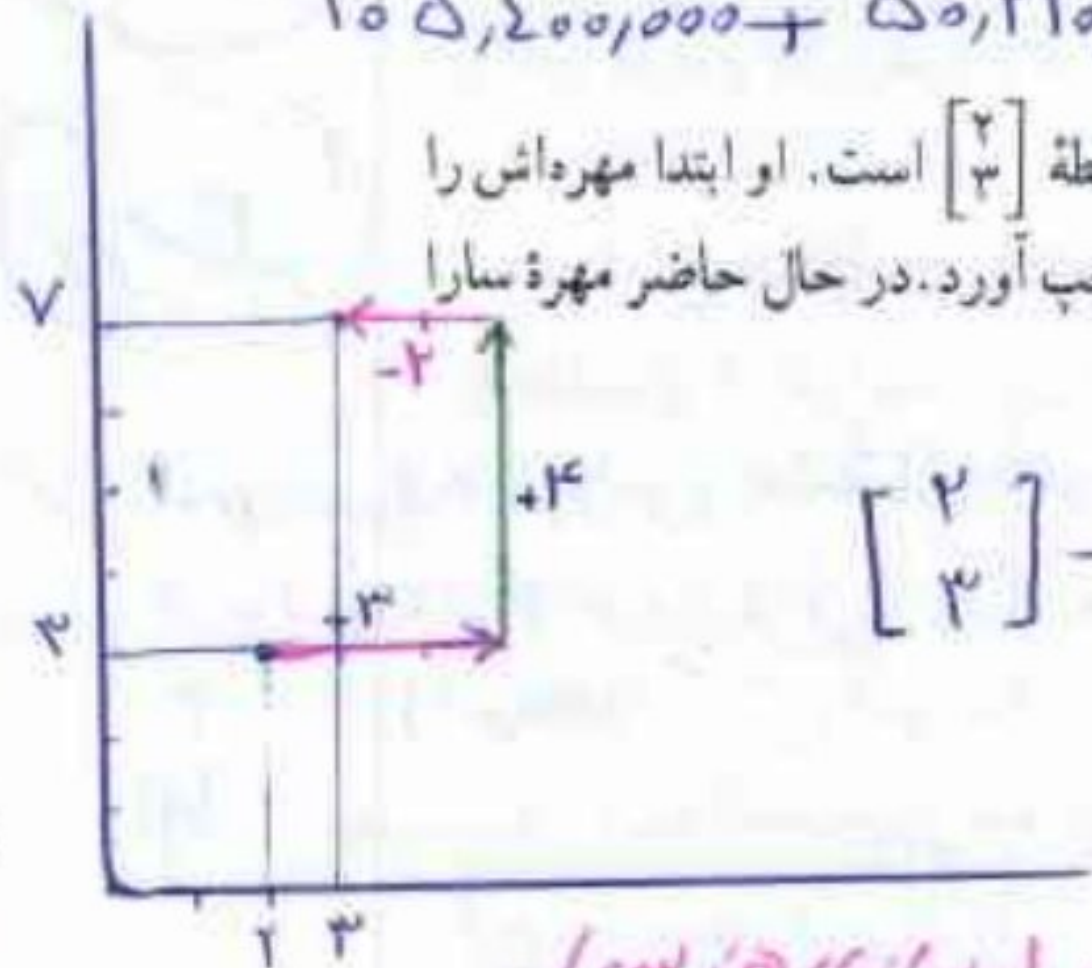


۳) قیمت کل کفش های دخترانه $3100 \times 34000 = 105,400,000$

۴) قیمت کل کفش های پسرانه $1840 \times 27000 = 50,220,000$

۵) کل درآمد کارگاه چقدر است؟ $105,400,000 + 50,220,000 = 155,620,000$

راهبرد رسم شکل



۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می دهد. مهره او روی نقطه [۲] است. او ابتدا مهره اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۲ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام نقطه قرار دارد؟

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+3} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+2} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

راهبرد الگویابی

14	14		
14	4	4	
	4		

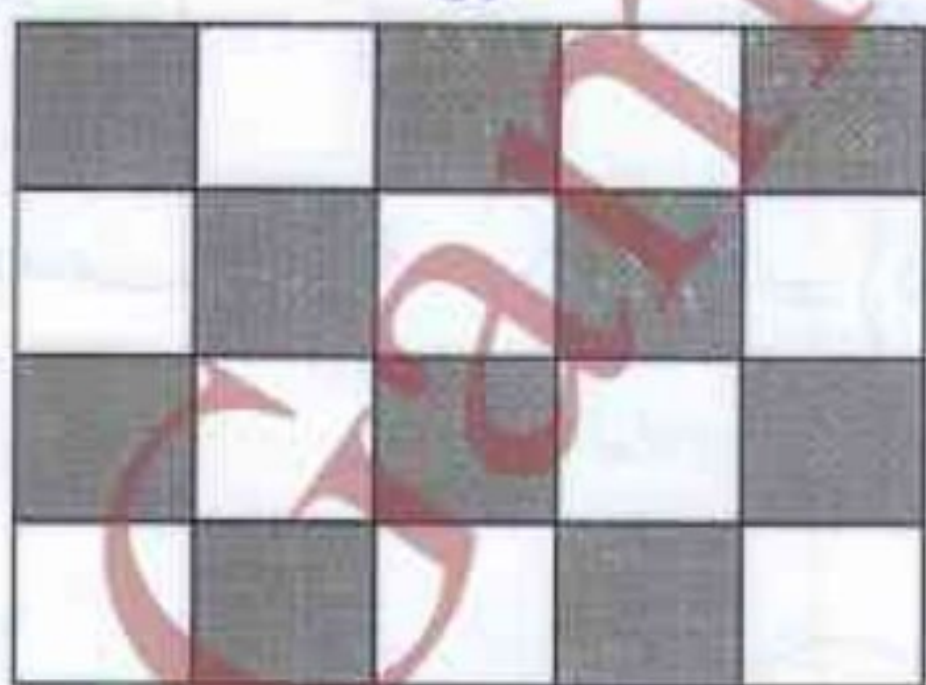
۷- چه کسری از شکل زیر رنگی است؟ توضیح دهید

$$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{14} \rightarrow \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{64}$$

$\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ شکل رنگی است

۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی سبز دارد؟ طول بعضی استخر اندازیم



$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

راهبرد الگویابی

نکته: البته جواب نه صورت تقریبی $\frac{1}{2}$ است

اگر تعداد کاشی های بی از اضلاع زوج باشد

حاصل دقیقاً برابر $\frac{1}{2}$ است و در غیر این صورت یعنی اگر هر دو ضلع

تعداد فرد کاشی داشته باشد جواب تقریباً برابر $\frac{1}{2}$ است

۵

۹- به چند حالت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۳۶ می شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟ در حالت

عدد اول	عدد دوم	حاصل ضرب
۱	۳۶	۳۶
۲	۱۸	۳۶
۳	۱۲	۳۶
۴	۹	۳۶
۶	۶	۳۶

راهنبرد: آلو سازی ← تمام حالت های ممکن را بنویس

تعداد زوجی توانند هم یز نباشند

اشکال چاپی

واحد
۱- عددی را ۵ برابر و ۳ عدد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد مورد نظر چند است؟

$\square \times 5 - 3 = 32$

ابتدا از راهنبرد بخارین سازی استفاده می کنیم
و سپس روشی را هنبرد حدس و بررسی جواب ایدیت

در این قسمت برای خود فهرستی از راهنبردهای کاربرد هر کدام تهیه کنید تا در هنگام حل فعالیت ها و مسئله های کتاب از آن استفاده کنید.

$5 \rightarrow 5 \times 5 - 3 = 22$

$7 \rightarrow 7 \times 5 - 3 = 32$

\Rightarrow عدد مورد نظر ۷ است



تعمیر و ارتفاع غواص و صرف
از سطح آب

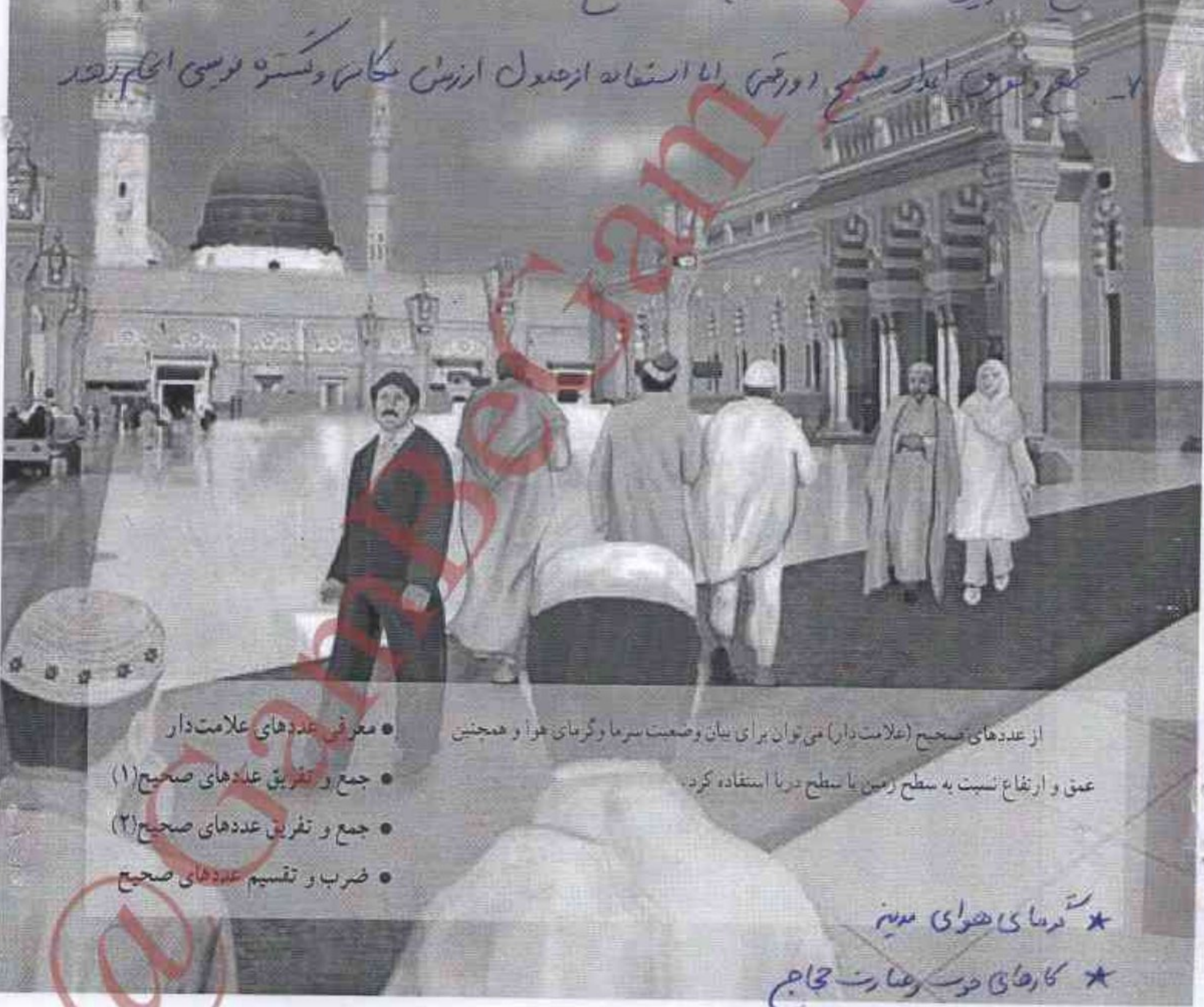


اهداف این فصل

- ۱- اعداد صحیح و جمع روی محور و تقریب و مقایسه‌ی اعداد صحیح که در سال ششم آموخته‌اند را به یاد آورند و نمایش اعداد صحیح روی محورها
- ۲- سبک اعداد صحیح را به یاد آورند
- ۳- با اعداد تقریبی آشنا شوند

فصل ۲ اعداد صحیح

- ۴- خاصیت‌های جمع یک عدد با تقریب آن و جمع باجهت راست کنند
- ۵- یادآور شدن حاصل جمع و تفریق را بدست آورند
- ۶- جمع و تفریق ضرب و تقسیم اعداد صحیح را با استفاده از قواعد آن و با عبارت انجام دهند
- ۷- جمع و تفریق اعداد صحیح ادرعین را با استفاده از جدول ارزش مکانی و کسر کسری انجام دهند



- معرفی عددهای علامت دار
 - جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)
 - جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)
 - ضرب و تقسیم عددهای صحیح
- از عددهای صحیح (علامت دار) می‌توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا و همچنین عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.

* گرمای هوای مدینه
* کارهای خوب و عبارت حجاج



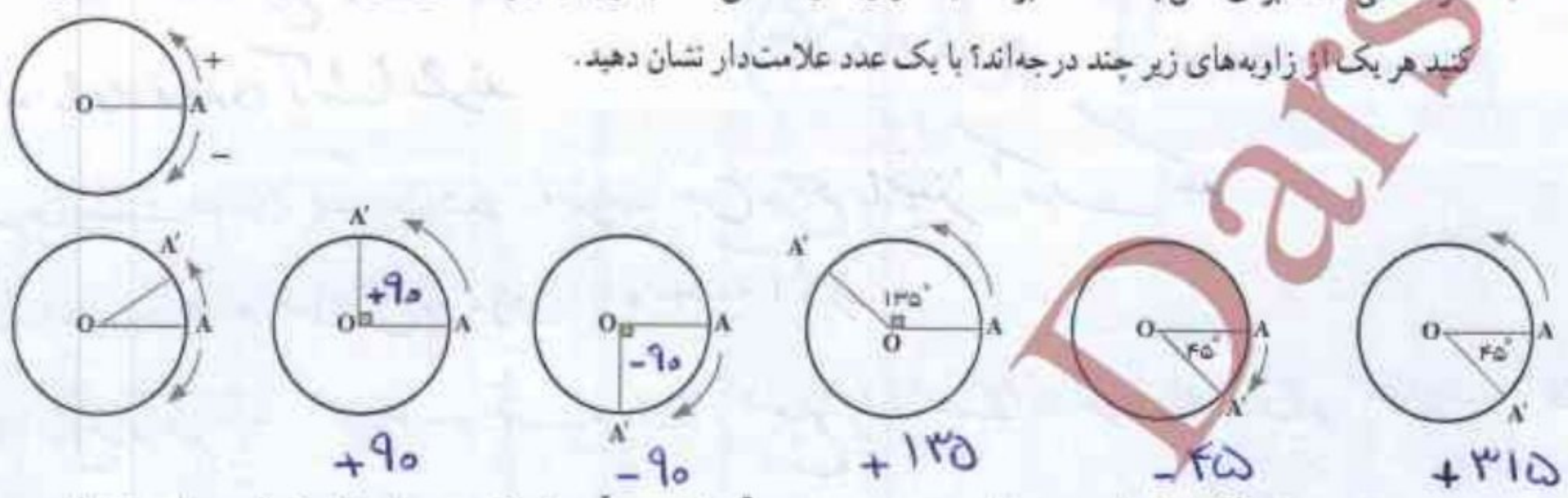
- ۱- در سال هشتم اعداد صحیح معرفی شده اند و دانش آموزان شناخت کافی دارند
- ۲- در پایه ریاضی هشتم نماز قرینه معرفی شده ولی قرینه های اعداد صحیح را نمی دانند

معرفی عددهای علامت دار

MATH-HOME.IR

فعالیت

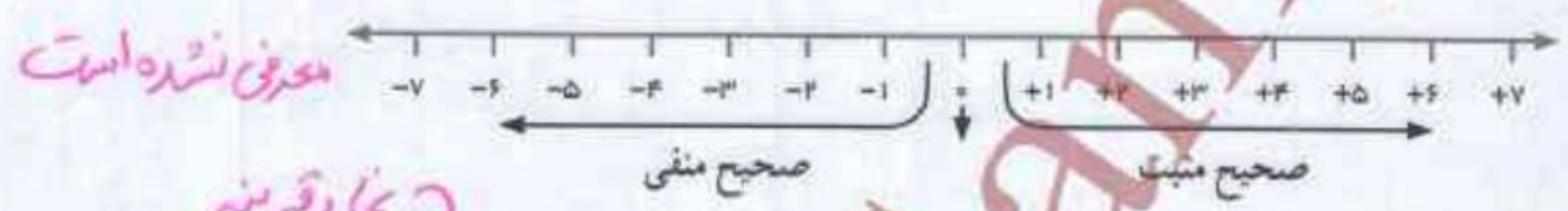
۱- نقطه A روی محیط دایره حرکت می کند. در وضعیت OA زاویه صفر درجه را نشان می دهد. وقتی A روی دایره حرکت می کند تا برای مثال به نقطه A' برسد، یک زاویه درست می کند. با توجه به جهت های + و - نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه های زیر چند درجه اند؟ با یک عدد علامت دار نشان دهید.



۲- در سال گذشته با نمایش عددهای صحیح روی محور آشنا شدید و آموختید که عددهای منفی قرینه عددهای مثبت اند.

در ریاضی قرینه را با علامت منفی نشان می دهند. با کمک محور مانند نمونه تساوی ها را کامل کنید. **در پایه ریاضی هشتم نماز قرینه معرفی نشده است**

معرفی نماز قرینه



نماز قرینه

$$\begin{aligned}
 (+3) \text{ قرینه} &= -(+3) = -3 & (+5) \text{ قرینه} &= -(+5) = -5 & (+7) \text{ قرینه} &= -(+7) = -7 \\
 (-4) \text{ قرینه} &= -(-4) = +4 & (-5) \text{ قرینه} &= -(-5) = +5 & (-8) \text{ قرینه} &= -(-8) = +8
 \end{aligned}$$

۳- مانند نمونه و به کمک محور بالا تساوی ها را کامل کنید.

$$\begin{aligned}
 (+5) \text{ قرینه} &= -(-(+5)) = +5 & (+7) \text{ قرینه} &= -(-(+7)) = -(-7) = +7 \\
 (-6) \text{ قرینه} &= -(-(-6)) = -(-4) = +4 & (-7) \text{ قرینه} &= -(-(-7)) = -(-7) = -7
 \end{aligned}$$

از تساوی های بالا چه نتیجه ای می گیرید؟ قرینگی، قرینگی هر عدد صحیح با خود آن عدد برابر است

عددهای صحیح مثبت را می توان به صورت مقابل نوشت:

$$+3 = 3 \text{ و } +7 = 7$$

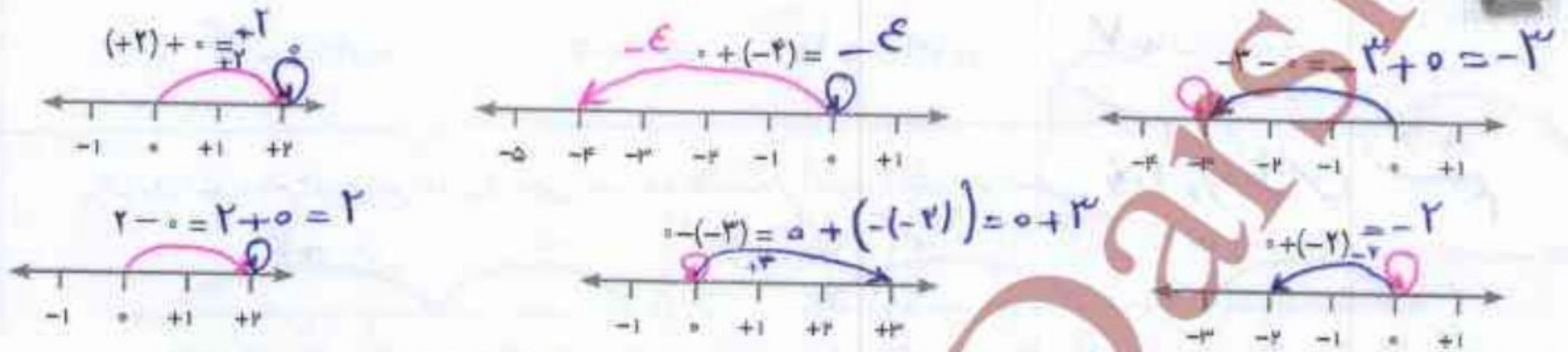
عددهای صحیح سه دسته اند: عددهای صحیح مثبت، صفر و عددهای صحیح منفی.



MATH-HOME.IR

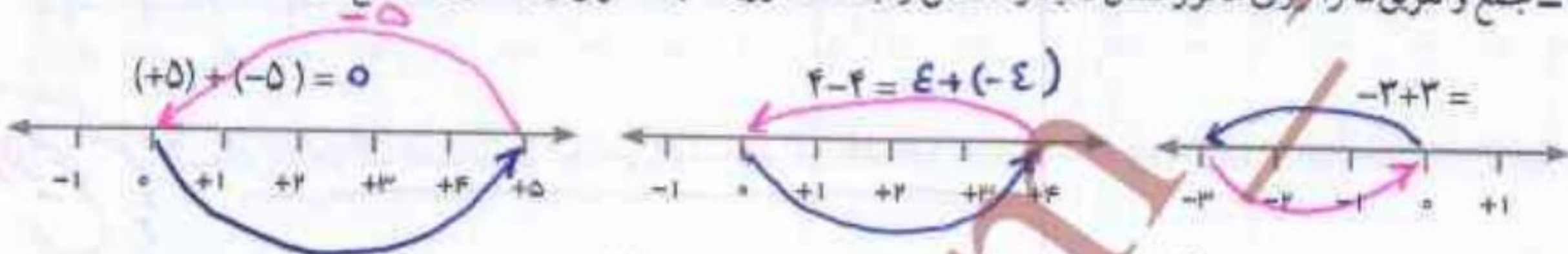
فعالیت

۱- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع بنویسید.



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ جمع هر عدد با منفر برابر همان عدد است.

۲- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق را به صورت جمع بنویسید.



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ حاصل جمع هر عدد با قدرینش برابر منفر می‌شود.

تمرین

۱- عددها را با هم مقایسه کنید.

- ۴ > -۸
- ۲۷ < ۱
- ۰ > -۱۴
- ۱۰۰ < -۱
- +۷ < ۷
- +(-۸) < -(+۸)

۲- مانند نمونه گسترده عددها را بنویسید.

$-۱۰۸۱ = -۱۰۰۰ - ۸۰ - ۱$ $-۲۳۷ = -۲۰۰ - ۳۰ - ۷$ $۴۲۵ = ۴۰۰ + ۲۰ + ۵$

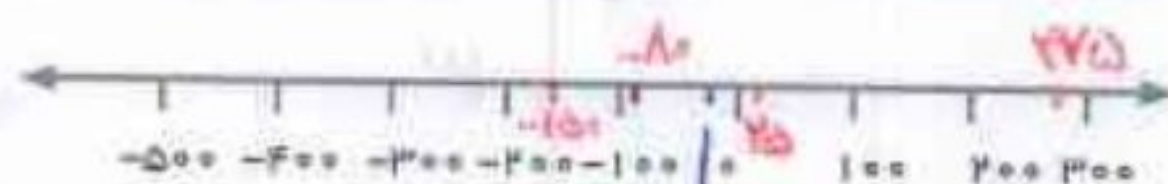
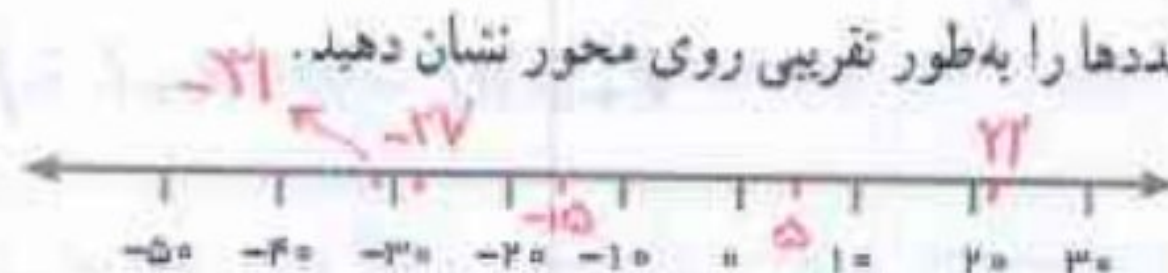
$-۲۰۴۰ = -۲۰۰۰ - ۴۰$

۳- عددها را بنویسید.
 ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ...
 ۴، ۵، ...
 ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ...

۴- اگر هر \bigcirc نشان دهنده $+۱$ و هر \bullet نشان دهنده -۱ باشد، چرا $\bigcirc\bullet$ و یا $\bullet\bigcirc$ برابر صفر می‌شود؟

$(-۱) + (+۱) = ۰$

۵ و ۱۵ و ۲۷ و ۳۱ و ۲۲



۲۲ و ۲۷۵ و ۱۵ و ۸۰ و ۱۵

$\bigcirc\bullet \rightarrow (+۱) + (-۱) = ۰$

$\bigoplus, \bigominus \rightarrow (+۱) + (-۱) = ۰$

یادآوری کلاس هشتم

نکته: بهتر است بجای دایره‌ی توپر و توخالی از \bigoplus و \bigominus استفاده کنیم



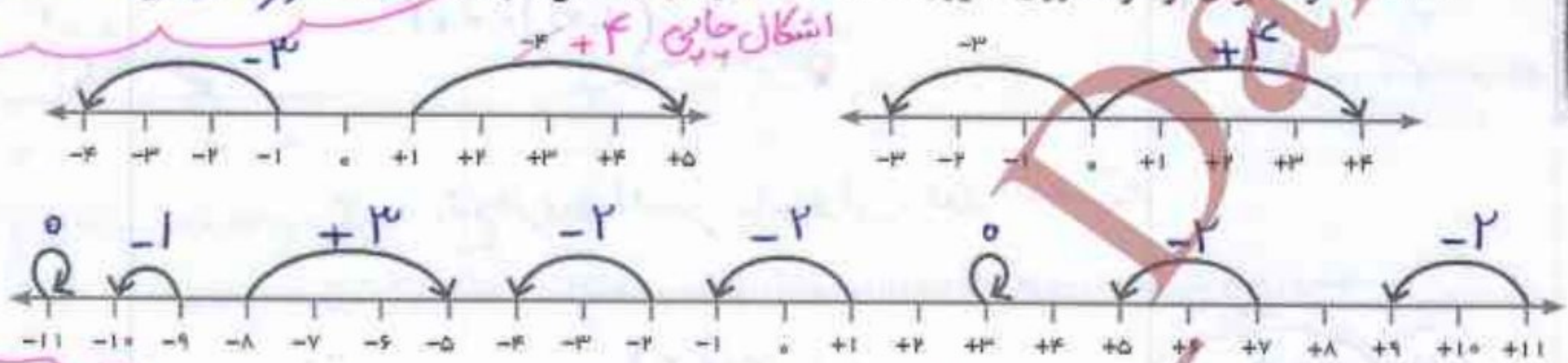
MATH-HOME.IR

تساوی ها را کامل کنید.

$+15=15$ $+20=$ $-(+10)=-10$ $-(-4)=+4$
 $-(-(+7))=+7$ $-(-10)=+10$ $+(-7)=-7$ $+(-4)=-4$

یادآوری طراس ششم

۱- مانند نمونه ها برای هر حرکت روی محور یک عدد علامت دار (مثبت یا منفی) بنویسید.



راهبرد رسم شکل

۲- وقتی دو حرکت پشت سر هم انجام می شود، می توانیم یک جمع بنویسیم. مانند نمونه برای هر حرکت یک جمع بنویسید.

جمع اعداد صحیح



$(-2) + (-2) = (-4)$ $(+3) + (+2) = (+5)$ $(+4) + (-2) = (+2)$



$(+3) + (-4) = (-1)$ $(-3) + (+4) = (+1)$

اصلاح تصور

۳- $(+4) + (-2)$ را می توان به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می نوشتید، تبدیل کنید: یعنی $(+4) + (-2) = 4 - 2$

تفریق را هم می توانیم به صورت جمع بنویسیم. مانند: $3 - 2 = 3 + (-2)$

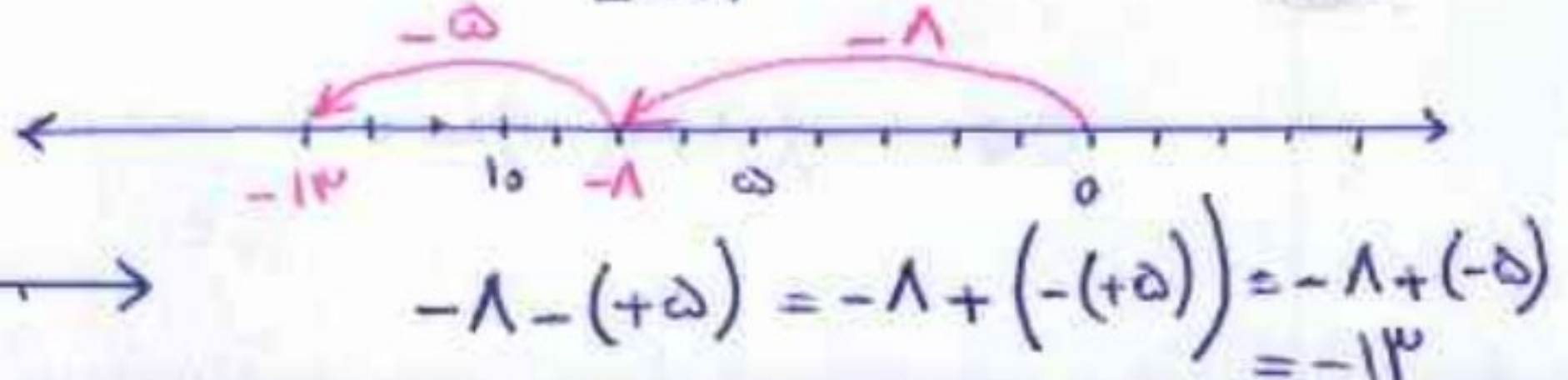
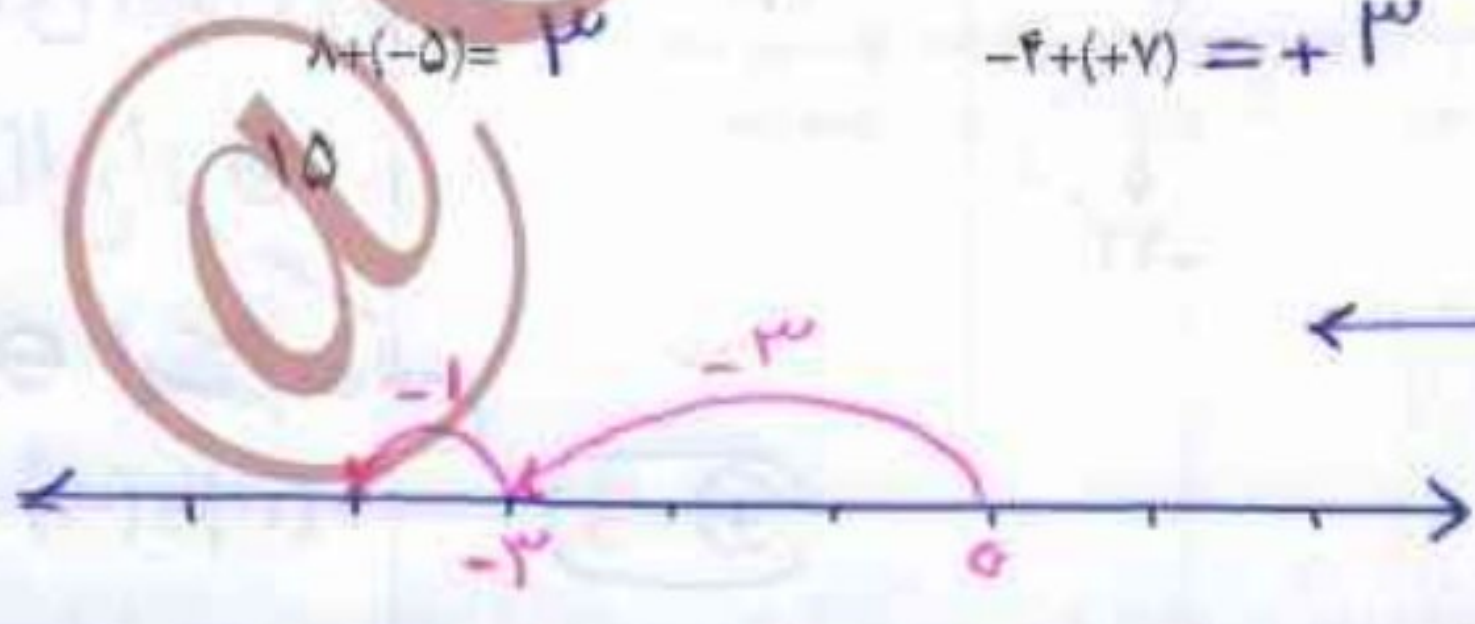
تبدیل تفریق به جمع

حاجت سوال دارد $-7 - 4 = (-7) + (-4)$

$7 - 11 = 7 + (-11)$ $8 - 5 = 8 + (-5)$ $-5 - (-3) = (-5) + (-(-3)) = -5 - 3 = -5 + (-3)$

در دفتر خود برای هر جمع یا تفریق یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست آورید.

$8 + (-5) = 3$ $-4 + (+7) = +3$ $-8 - (+5) = -8 + (-5) = -8 - 5 = -3 - 1 = -3 + (-1) = -4$



$-8 - (+5) = -8 + (-5) = -13$

$$-4 + 5 = -1$$

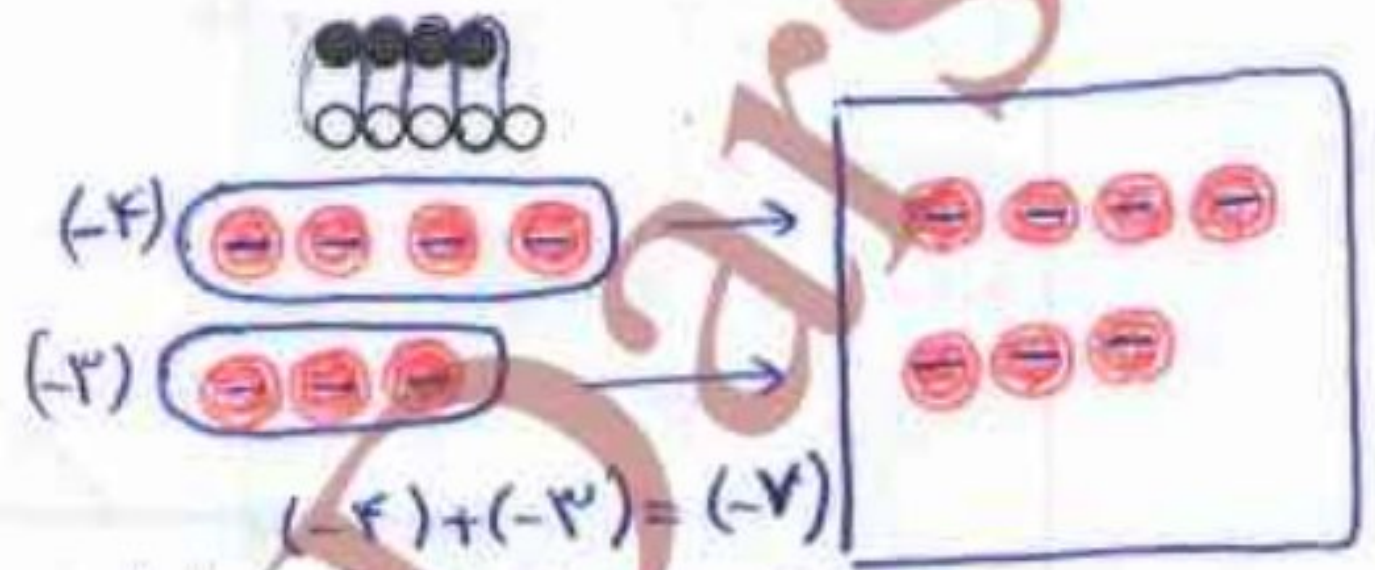


جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

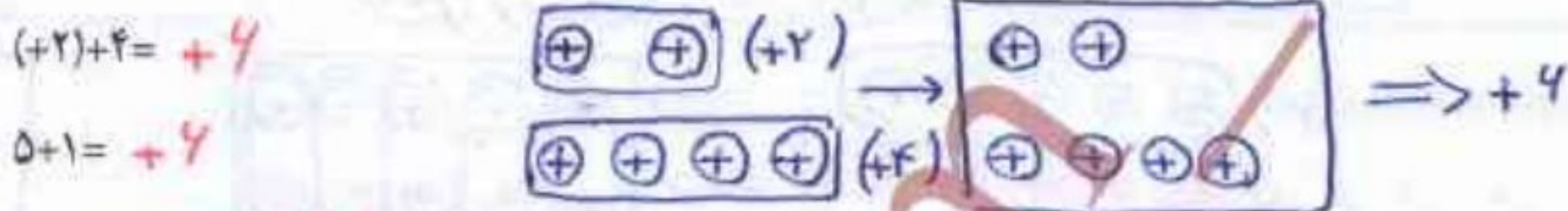
فعالیت

۱- اگر \bigcirc نشان دهنده $+1$ و \bullet نشان دهنده -1 باشد. مانند نمونه حاصل جمع و تفریق‌ها را با رسم دایره‌های توپر و تو خالی به دست آورید. تفریق‌ها را ابتدا به جمع تبدیل کنید.

$$\begin{aligned} -4 - (-5) &= -4 + (-(-5)) = -4 + 5 = +1 \\ -6 + 5 &= -6 + (+5) = -1 \\ -8 - 2 &= -8 + (-2) = -10 \\ -4 - (+3) &= -4 + (-3) = -7 \\ 5 + (-6) &= -1 \end{aligned}$$



۲- علاوه بر روش فوق، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق را با محور نیز آموخته‌اید. اکنون با یکی از این دو روش، حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هر کدام نتیجه را بنویسید.



$$(+2) + (+2) = +4$$

نتیجه: اگر هر دو عدد مثبت باشند حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.



$$(-3) + (-2) = -5$$

نتیجه: اگر هر دو عدد منفی باشند... حاصل جمع آن‌ها را به دست آورید و علامت حاصل منفی است

حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید.

$$(+4) + (+6) = +10$$

$$(+10) + (+20) = +30$$

$$(+100) + 200 = +300$$

$$-6 + (-7) = -13$$

$$(-4) - (+6) = (-4) + (-6) = -10$$

$$-8 - 3 = (-8) + (-3) = -11$$

$$(-40) + (-8) = -48$$

$$-200 + (-400) = -600$$

$$(-40) - (+30) = (-40) + (-30) = -70$$

$$-80 - 5 = (-80) + (-5) = -85$$

$$-70 - 10 = (-70) + (-10) = -80$$

$$-9 - 10 = (-9) + (-10) = -19$$

با دوشی که برای جمع و تفریق می‌شناسید، در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید و نتیجه را

نو بسید.

$(+5) + (-2) = +3$
 $4 + (-2) = +2$
 $-4 + (+5) = +1$
 $6 - 2 = 4 + (-2) = 2$
 $-3 + 7 = +4$

نتیجه: اگر در جمع دو عدد صحیح یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها

مقدار مثبت بیشتر باشد، دو عدد را از هم کم می‌کنیم و علامت حاصل مثبت است

$(+5) + (-8) = -3$
 $4 + (-6) = -2$
 $-2 = 5 + (-7) = 5 - (+7) =$
 $7 - 9 = 7 + (-9) = -2$

نتیجه: اگر در جمع دو عدد یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار عدد

منفی بیشتر باشد، دو عدد را از هم کم می‌کنیم و علامت حاصل منفی است

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌ها را به دست آورید. با توجه به ۴ فاعده ای که آموخته‌اید

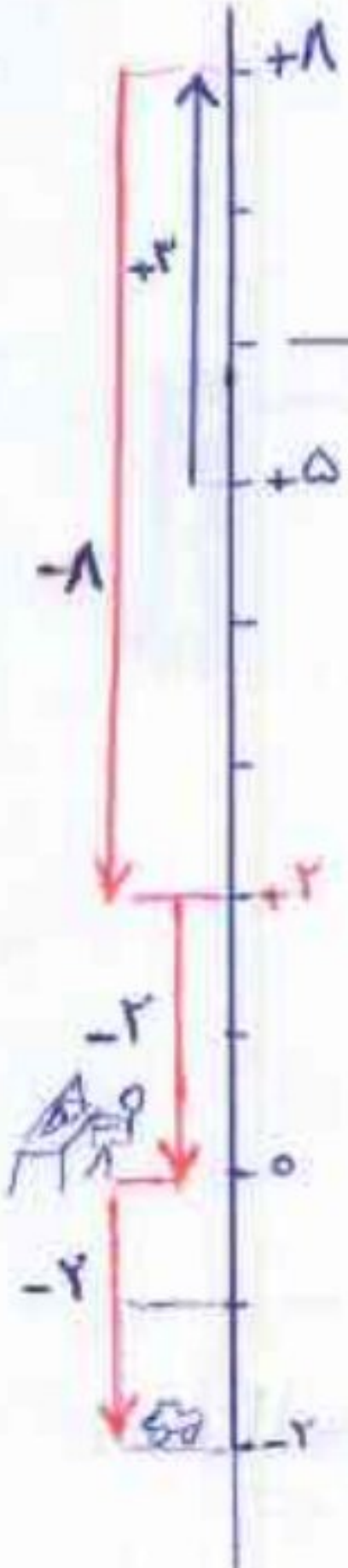
$(+5) + (-2) = +3$
 $-10 - (-20) = -10 + (+20) = +10$
 $8 - 2 = 8 + (-2) = 6$
 $(+5) + (-7) = -2$
 $(-8) - (-2) = -8 + (+2) = -6$
 $-20 + 10 = -10$

$(+9) - (+7) = 9 + (-7) = 2$
 $-3 + 9 = +6$
 $-18 + 10 = -8$
 $(+10) - (-20) = 10 + (+20) = 30$
 $-200 + 100 = -100$
 $-40 + (+10) = -30$

سندج چند درجه از کرمان سردتر است $(-4) - (+21) = (-4) + (-21) = -27$ (۴) **راهنمای اول**

$(+21) - (-4) = (+21) + (+4) = 27$ **راهنمای دوم** *

سندج چند درجه از کرمان گرمتر است $(-4) - (-10) = (-4) + (+10) = 6$



عددها را از کمتر به بیشتر و از چپ به راست مرتب کنید.

۲۳ و ۱۲ و ۲۴ و ۵ و ۰ و ۴۵ و ۱۵ و ۵ و ۱ و ۲

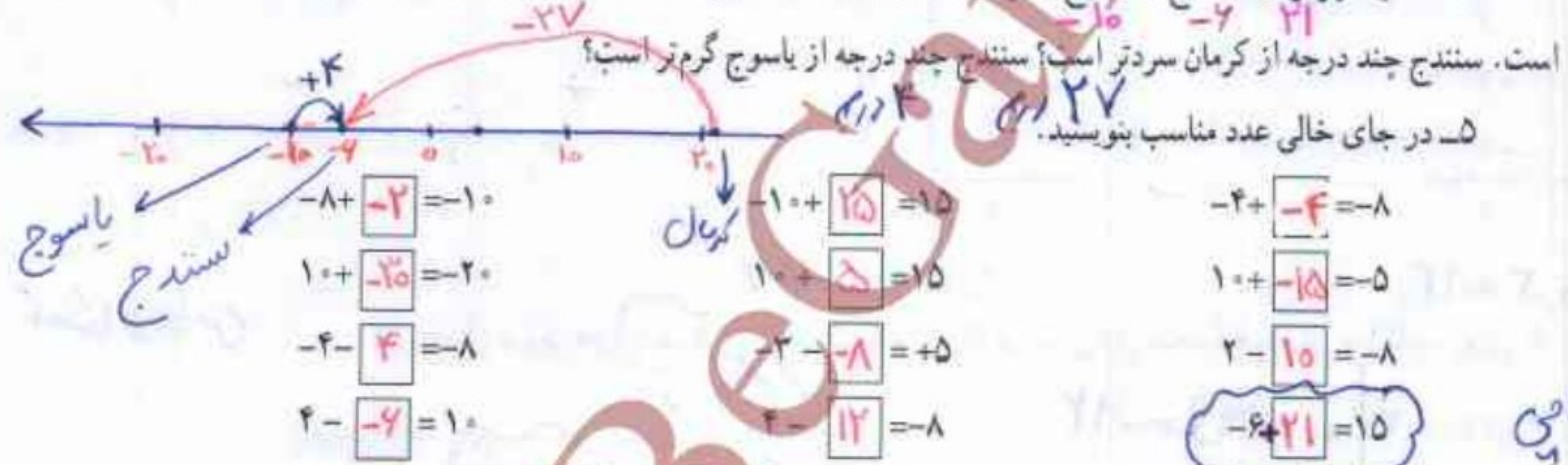
باسخ مسئله های زیر را در دفترتان بنویسید. $-34, -23, -15, -5, -1, 0, 2, 5, 12, 45$

۲- اگر طبقه هم کف یک ساختمان را با صفر و طبقه های بالای هم کف را با + و زیر هم کف را با - نشان دهیم. مسئله زیر را پاسخ دهید.

شخصی در طبقه ۵ سوار آسانسور شد. ابتدا ۳ طبقه بالا رفت و پس از خرید، ۶ طبقه به پایین آمد. پس از خرید جای ۲ طبقه پایین رفت و در صندوق خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در پارکینگ سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بود؟ **راهنمای رسم شکل**

۳- دمای هوای شهر کرد ۲ درجه زیر صفر است. اردبیل ۸ درجه از شهر کرد سردتر است. دمای هوای شهر اردبیل چند درجه است؟ $-2 - 8 = (-2) + (-8) = -10$

۴- دمای شهر کرمان، سندج و یاسوج به ترتیب ۲۱ درجه بالای صفر، ۶ درجه زیر صفر و ۱۰ درجه زیر صفر است. سندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ سندج چند درجه از یاسوج گرمتر است؟



یاسوج
سندج

$$-8 + (-2) = -10$$

$$10 + (-20) = -10$$

$$-4 - 4 = -8$$

$$4 - (-4) = 8$$

کرمان

$$-10 + 15 = 5$$

$$10 + 5 = 15$$

$$-2 - (-8) = +6$$

$$4 - 12 = -8$$

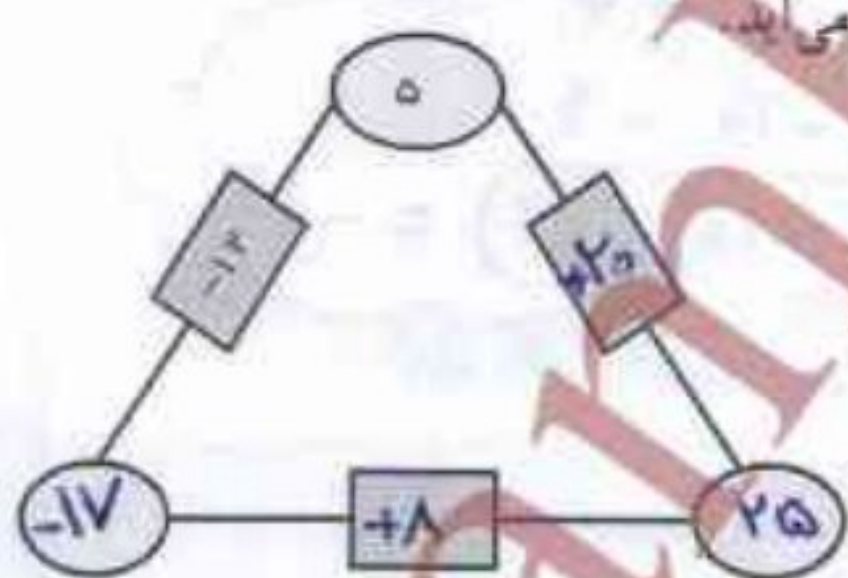
$$-4 + (-4) = -8$$

$$10 + (-15) = -5$$

$$2 - 10 = -8$$

$$-4 + 21 = 17$$

اسکال حجابی



۶- در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع از مجموع عددهای دو رأس به دست می آید. جاهای خالی را کامل کنید.

$$10 - (-4) = 14$$

$$-8 - 4 = -12$$

$$-16 + 10 = -6$$

$$-14 + 20 = +6$$

$$-10 - (-5) = -5$$

$$-10 - (+5) = -15$$

$$10 - 6 = 4$$

$$10 - 20 = -10$$

$$-10 - (+20) = -30$$

$$10 - (+5) = 5$$

$$10 - (-5) = 15$$

$$-10 - (-20) = +10$$

۷- حاصل عبارت ها را به دست آورید.



جمع و تفریق عددهای صحیح (۳)

۱- مانند نمونه جمع و تفریق دو عدد دو رقمی را به جمع و تفریق عددهای یک رقمی تبدیل کنید. سپس با توجه به جدول مقابل حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

دهگان	یکان
۳	۴
-۲	-۷
۱	-۳

$$10 + (-3) = 10 - 3 = 7$$

د	ی
۲	۷
-۳	-۹
-۱	-۲

$$(-10) + (-2) = -12$$

د	ی
-۱	-۷
-۲	-۴
-۳	-۱۱

$$(-20) + (-11) = -31$$

د	ی
-۴	-۳
+۵	۱
	-۲

$$10 + (-2) = 8$$

به همین ترتیب می‌توانید جمع و تفریق چند عدد دو رقمی را انجام دهید.

د	ی
۶	۷
-۲	-۳
-۳	-۱
۱	۳

$$10 + 3 = 13$$

د	ی
-۴	۳
+۵	۱
-۳	۲
-۲	-۶

$$-20 + (-6) = -26$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را با کمک ۴ قانونی که در درس قبل نتیجه گرفتید، نیز پیدا کنید. روش کار را

اسکال جابری

$$27 - 39 = 27 + (-39) = -12$$

$$-42 + 51 = +9$$

$$-17 - 24 = (-17) + (-24) = -41$$

سؤال بید

توضیح دهید.

$$27 \rightarrow 20 + 7$$

$$-39 \rightarrow -20 - 9$$

$$\frac{(-10) + (-2) = -12}{}$$

کدام یک از دو روش برای شما ساده‌تر بود؟ در این مورد در کلاس گفت‌وگو کنید.

حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه بالا انجام دهید.

د	ی
-۲	-۴
-۳	-۹
-۹	-۱۳

$$(-90) + (-13) = -73$$

د	ی
-۸	-۱
+۳	۵
-۵	۴

$$(-50) + 4 = -46$$

د	ی
۴	۳
-۷	-۵
-۳	-۲

$$(-30) + (-2) = -32$$

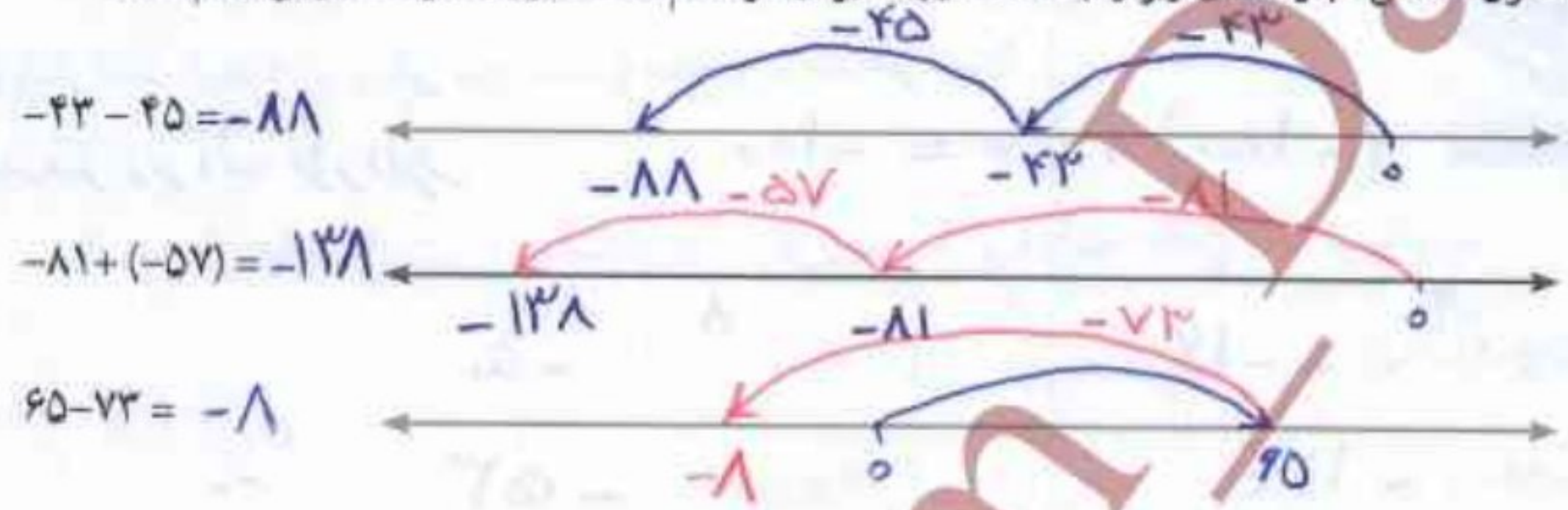
۱- در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می شود و از روی حرکت فلش ها می توان روش محاسبه را حدس زد. با توجه شکل، حاصل مثبت و جواب $70 > 58 = 12$ است.

اشکال جایی



$-58 + 70 = +12$

اکنون حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تقریبی رسم کنید.



$-43 - 45 = -88$

$-81 + (-57) = -138$

$65 - 73 = -8$

۲- حاصل هر عبارت را به کمک ماشین حساب به دست آورید و درستی پاسخ های خود را بررسی کنید. برای منفی کردن عددها از کلید $(+/-)$ استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می کند. برای وارد کردن عدد ۴۳- دکمه را به این ترتیب وارد کنید.



برای رسیدن به ۴۳- چه راه حل دیگری دارید؟ $(+/-)$

به کمک ماشین حساب حاصل عبارات زیر را آورید

۱- بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت مثبت است یا منفی.

$-80 + 130 = +50$ $-40 - 90 = -130$ $100 - 200 = -100$ $100 + (-50) = +50$

۲- حاصل عبارت ها را مانند نمونه به صورت تقریبی به دست آورید. تخمین زدن

$-137 + 211 \approx -100 + 200 = 100$ $-471 + 182 \approx -500 + 100 = -400$

$502 - 794 \approx 500 - 700 = -200$ $-471 - 211 \approx -500 - 200 = -700$

۳- حاصل دقیق عبارت های بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

$-137 + 211 = 74$ $-471 + 182 = -289$
 $502 - 794 = -292$ $-471 - 211 = -682$



MATH-HOME.IR

۱- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$100 + 10 + (-4) = 106$$

ص	د	ی
۱	۲	۴
-۲	-۳	-۷
-۱	-۱	-۳

$$-100 + (-10) + (-3) = -113$$

ص	د	ی
-۱	-۲	-۵
+۲	۳	۱
۱	۱	-۴

ص	د	ی
۳	۳	۱
-۲	-۵	-۷
۱	-۲	-۴

$$100 + (-20) + (-6) = 74$$



۲- یک زیر دریایی ۱۵۰ متر پایین تر از سطح دریا قرار دارد. زیر دریایی دیگری ۵۰ متر از

آن بالاتر است. ارتفاع زیر دریایی دوم نسبت به سطح دریا چند متر است؟

$$(-150) + 50 = -100$$

صدمتر زیر آب قرار دارد

۳- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. از هر روشی که می خواهید حاصل را به دست آورید.

$$(-7) + ((-4) + (-5)) = -14$$

$$(-12) + ((-9) + 17) = -5$$

$$126 - 260 = -134$$

$$(-36) + (-17) = -53$$

$$(-27) - (-8) = -27 + 8 = -19$$

$$12 + 15 - 7 = 27 - 7 = 20$$

$$15 - 9 - 8 = 6 - 8 = -2$$

$$17 - 25 - 12 = -8 - 12 = -20$$

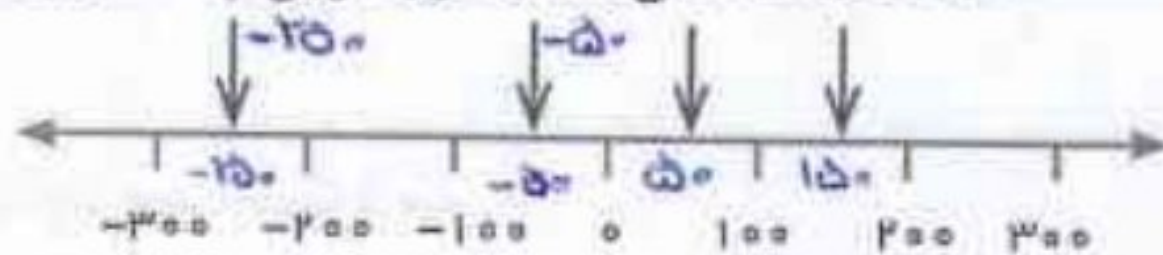
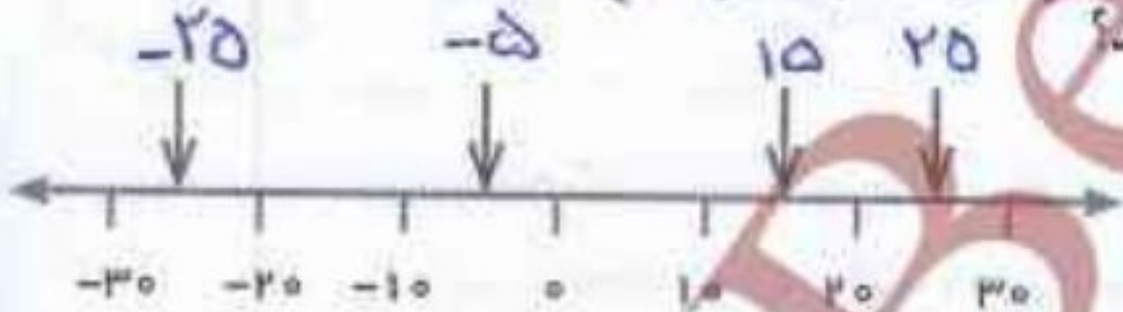
۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی هم کف و ۳ طبقه زیر هم کف تشکیل شده است. احمد در طبقه ۲- است. او ابتدا ۳

اگر در رسم شکل

طبقه بالا حرکت. سپس ۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم اکنون در کدام طبقه است؟

$$(-2) + 3 + (-2) + (+5) = 4$$

۵- نقاط مشخص شده به طور تقریبی چه عددی را نشان می دهند؟



سؤال چینی

۶- حاصل عبارت های زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-71 + 59 \approx -70 + 60 = -10$$

$$-83 - 48 \approx -80 - 50 = -130$$

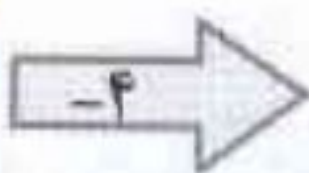
$$-41 + 37 - 82 \approx -40 + 40 - 80 = -80$$

$$37 - 71 \approx 40 - 70 = -30$$

حاصل هر عبارت را با مانسین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

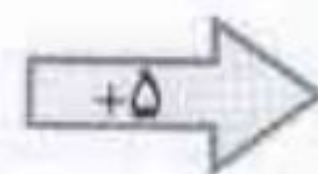
۷- جاهای خالی را کامل کنید.

-۸	۷	۲
۱۰	۰	-۳
-۲	۸	۰



-۱۲	۲	۰
۶	-۴	-۷
-۹	۲	۱

-۱۰
۰
-۱۳



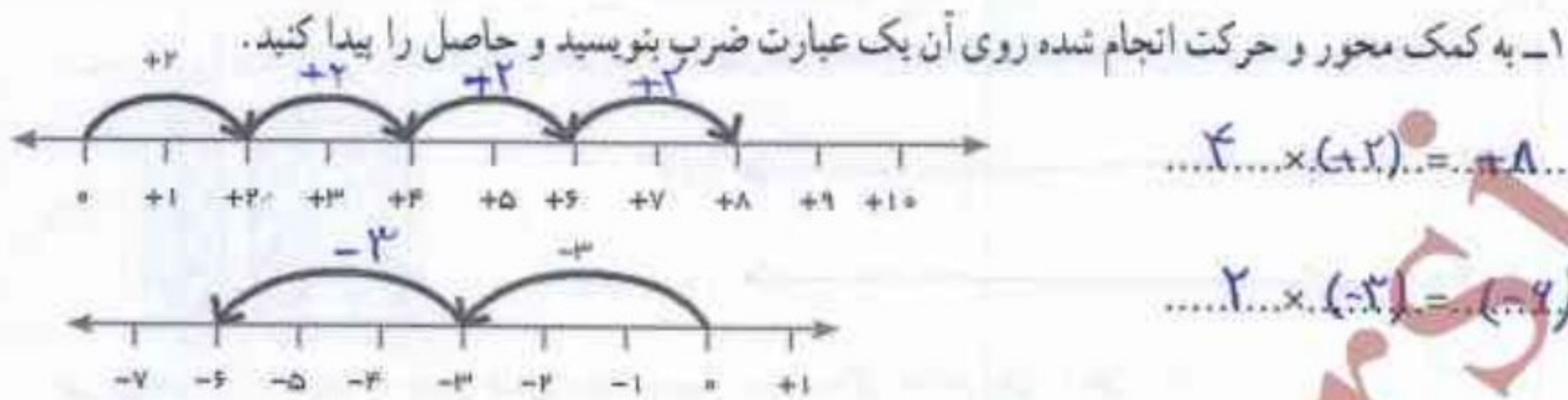
-۵
۰
-۸

یکی از معایب و نواقص این روش این هست که ما در این $3 \times (-1) = -3$ می شود ولی چرا $(-1) \times 3 = -3$ اگر جای اینها جابجا کنیم $2 \times (-3) = -6$ پس $(-3) \times 2 = -6$

MATH-HOME.IR

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

فعالیت



۲- اگر فرض کنیم هر \bigcirc یعنی ۱ پس ۳ تا \bigcirc مساوی ۳ تا $(+1)$ یعنی $+3$ پس: $3 \times (+1) = +3$

هر \bullet یعنی ۱ پس ۳ تا \bullet یعنی ۳ تا (-1) یعنی -3 پس: $3 \times (-1) = -3$

حالا تساوی ها را کامل کنید. نتیجه را در ردی ضرب بنویسید تا سه برابر است

$4 \times (-1) = -4$ $5 \times (+1) = 5$ $6 \times (-1) = -6$

$-7 = 7 \times (-1)$ $+6 = 6 \times (+1)$ $-10 = 10 \times (-1)$

۳- مانند نمونه ها حاصل ضرب ها را به دست آورید.

$(+4) \times (+2) = 4 \times 2 = 8$ $(+5) \times (+3) = 5 \times 3 = 15$

$(-1) \times (-3) = -(-3) = +3$ \Rightarrow منفی یک در (-3) ضرب شده پس حاصل قرینه (-3) می شود

$(+4) \times (-3) = 4 \times 3 \times (-1) = 12 \times (-1) = -12$

$(+3) \times (-7) = 3 \times 7 \times (-1) = 21 \times (-1) = -21$ $(+2) \times (-8) = 2 \times 8 \times (-1) = 16 \times (-1) = -16$

$(-4) \times (+3) = -1 \times 4 \times 3 = -1 \times 12 = -12$

$(-2) \times (+5) = (-1) \times 2 \times 5 = (-1) \times 10 = -10$ $-3 \times (+6) = (-1) \times 3 \times 6 = (-1) \times 18 = -18$

$(-2) \times (-4) = -1 \times 2 \times 4 \times (-1) = -1 \times 8 \times (-1) = -(-8) = +8$

x	+	-
+	+	-
-	-	+

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابل را کامل کنید.

$-4 \times (-8) = + 32$ $(+5) \times (-3) = -15$ $(-6) \times (-7) = + 42$

$(+8) \times (+5) = + 40$ $(-4) \times (+3) = -12$ $-7 \times 5 = -35$

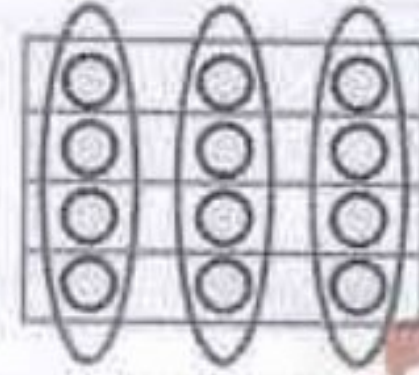
در حل روشن بسیار سعی کنید



۱- در دوره دبستان برای نشان دادن ضرب و تقسیم عددها، از شکلی مانند نمونه زیر استفاده می کردید.

$$3 \times 4 = 12 \quad \longleftrightarrow \quad 12 \div 4 = 3$$

$$4 \times 3 = 12 \quad \longleftrightarrow \quad 12 \div 3 = 4$$



ضرب های زیر را ابتدا با محور نشان دهید. سپس تقسیم های متناظرشان را بنویسید.

$$(-12) \div (+4) = -3$$

$$(-12) \div (-3) = +4$$

$$(-12) \div (-2) = +6$$

$$(-12) \div (+6) = -2$$

$$(+4) \times (-3) = (-12)$$

$$(+6) \times (-2) = (-12)$$



$$(+3) \times (-5) = (-15)$$

$$(+2) \times (-4) = (-8)$$

بدون استفاده از محور برای هر یک از ضرب های فوق تقسیم دیگری بنویسید.

۲- با توجه به تقسیم های بالا جدول زیر را برای تقسیم دو عدد کامل کنید و حاصل تقسیم ها را به دست آورید.

÷	+	-
+	+	-
-	-	+

$$(-12) \div (+2) = -6$$

$$(+21) \div (-3) = -7$$

$$(-14) \div (-7) = +2$$

$$(+21) \div (+7) = +3$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$(+8) \div (-2) \times (-4) \div (+8) = +1$$

$$(-2) \div (-14) \div (+7) \times (-3) = +4$$

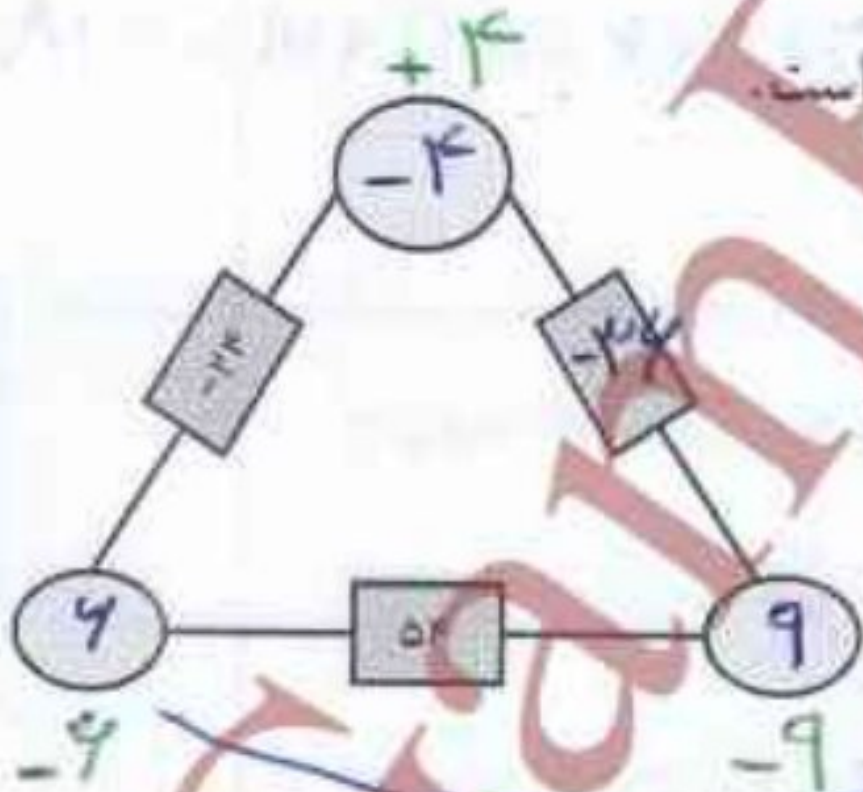
$$-12 \div (-4) \times (+3) \div (-2) = +6$$

$$-7 \div (28 \div (-4)) \times (+3) = -21$$

در انجام تقسیم و ضرب
الویت از سمت چپ است

۲- حاصل ضرب عددهای روی رأس های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است.

جاهای خالی را کامل کنید. سوال چند جواب دارد



$$\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$$

۳- الگوهای عددی را کامل کنید.

$$21, 18, 15, 12, 9, 6, 3, 0, -3, -6, -9, -12$$

$$15, -15, -5, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35$$

MATH-HOME.IR

تجدید

۱- جملات زیر را کامل کنید.

- اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح ... است.
 - اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم عددی منفی شود، یکی از آن عددهای صحیح ... و دیگری ... است.

مثال $-27 \times (-24) \times (-25) \times \dots \times 20 = 0$ است.

- اگر ضرب دو عدد صحیح صفر شود یکی از آنها ... است.
 - اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح مثبت باشد، ضرب آن دو عدد صحیح ... است.

$$\begin{cases} 24 \div 6 = 4 \\ (-15) \div (-3) = +5 \end{cases}$$

۲- بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت مثبت یا منفی است؟

$$\begin{aligned} (-41-80) \times (-50+60) &= -390 & (-27+50) \times (-40+20) &= -420 \\ (-80-40) \times (-40+5) &= +960 & (-8+4) \times (-2 \times 3) &= +12 \end{aligned}$$

فقط علامت مهم است

مثال جای صفر حذف شود

۳- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$\begin{aligned} (-200) \div (-10) &= 20 & (-40) \div (+5) &= -8 & (+100) \div (-5) &= -20 \\ 20 \div (-5) &= -4 & -8 \times (-15) &= 120 & -100 \div (-5) &= 20 \end{aligned}$$

راهبرد جدول نظام دار (الگوسازی) تعداد جوابها $2 \times 2 = 12$

۴- همه پاسخهای ممکن برای عبارت $\square \times \triangle = -12$ را بنویسید.
 ۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} 1 \times (-12) &= -12 \\ (-12) \times 1 &= -12 \\ 2 \times (-6) &= -12 \\ (-6) \times 2 &= -12 \\ 3 \times (-4) &= -12 \\ (-4) \times 3 &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ((-2) + (+3)) \times (-5) &= (-5) & ((+2) + (-7)) \div (-5) &= +1 \\ (-5-4) \times (-6) &= (+54) & (-1) \div (-5 \times (-4 + (-3))) &= +5 \end{aligned}$$

در پاسخ‌های بالا اگر علامت دو عدد را عوض کنیم تعداد پاسخ‌ها دو برابر می‌شود

گند و نامفهوم

۶- قطاری از مشهد به سوی تهران در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. طول مسیر ۱۲۰۰ کیلومتر است و قطار در هر ساعت ۶۰ کیلومتر حرکت می‌کند. شهر شاهرود را که در نیمه راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهرود را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از آن را مثبت در نظر بگیرید و به سوال‌های زیر پاسخ دهید:



قرار دار: ساعت ۱۲ شب را مبدأ زمان در نظر می‌گیریم

۲- بعد از ظهر ۲ عصر شنبه ۱۵ شنبه
 چه ساعتی به تهران می‌رسد؟ ۱۰ صبح فردا
 قطار در ساعت ۳- در چه فاصله‌ای از شاهرود بوده است؟ ۱۸۰ کیلومتری
 در چه ساعتی ۲۴۰ کیلومتر بعد از شاهرود است؟ ساعت ۵ صبح ۲۵ شنبه عصر

اصلاح شود

$$\begin{aligned} (-10) \times (60) &= -600 \\ -9 \times 60 &= -540 \\ -8 \times 60 &= -480 \\ \vdots & \\ 25 & \\ 9 \times 60 &= 540 \\ 10 \times 60 &= 600 \end{aligned}$$

زمان بر حسب ساعت	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
مکان قطار نسبت به شاهرود	-600	-480	-360	-240	-120	0	120	240	360	480	600

شاهرود

$$\begin{array}{r} 1 \quad 60 \\ \square \quad 240 \\ \hline \square = 3 \frac{2}{3} \text{ ساعت} \\ \square = 3 \text{ و } 40' \end{array}$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام یک مثال بزنید.

• عدد علامت‌دار • عدد صحیح • قرینه عدد • گسترده عدد صحیح

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

• قرار دادی برای جهت‌های مثبت و منفی

• محور عددهای صحیح و مرتب کردن عددهای صحیح (مثبت - صفر - منفی)

• قرینه قرینه یک عدد صحیح • صحیح مثبت همان عدد طبیعی است.

• تبدیل تفریق به جمع • جمع و تفریق روی محور

• جمع و تفریق با دایره‌های توپر و خالی • مقایسه و ترتیب کردن عددهای صحیح

• جمع و تفریق دو عدد صحیح • تعیین علامت در ضرب و تقسیم

• ضرب و تقسیم دو عدد صحیح • انجام عملیات عددهای صحیح به صورت ذهنی

• انجام عملیات عددهای صحیح به صورت تقریبی و یا ماشین حساب

• حل مسائل مربوط به عددهای صحیح

کاربرد این درس را در فصل‌های سوم (عبارت‌های جبری) خواهید دید.

این درس در زندگی روزمره در بیان عددهای علامت‌دار مثل درجه هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ... کاربرد دارد. شما

می‌توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید این این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-8 - (-4) = -8 + 4 = -4$$

$$-100 + 20 - 4 = -180 - 4 = -184$$

$$-20 + 5 = -15$$

$$-16 - (+4) = -16 - 4 = -20$$

۲- دمای هوا در تبریز دو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برابر آن است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟

$$3 \times (-2) = -6$$

$$\frac{(-6) + (-2)}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

تعداد دوستان	بار اول	بار دوم	اختلاف خرید = تعداد دوستان به یک بار
۱۰	$10 \times 1500 + 2000 = 17000$	$10 \times 1750 - 1000 = 17000$	$\frac{2000 - (-1000)}{1750 - 1500}$
۱۱	$11 \times 1500 + 2000 = 18500$	$11 \times 1750 - 1000 = 18250$	
۱۲	$12 \times 1500 + 2000 = 20000$	$12 \times 1750 - 1000 = 20000$	

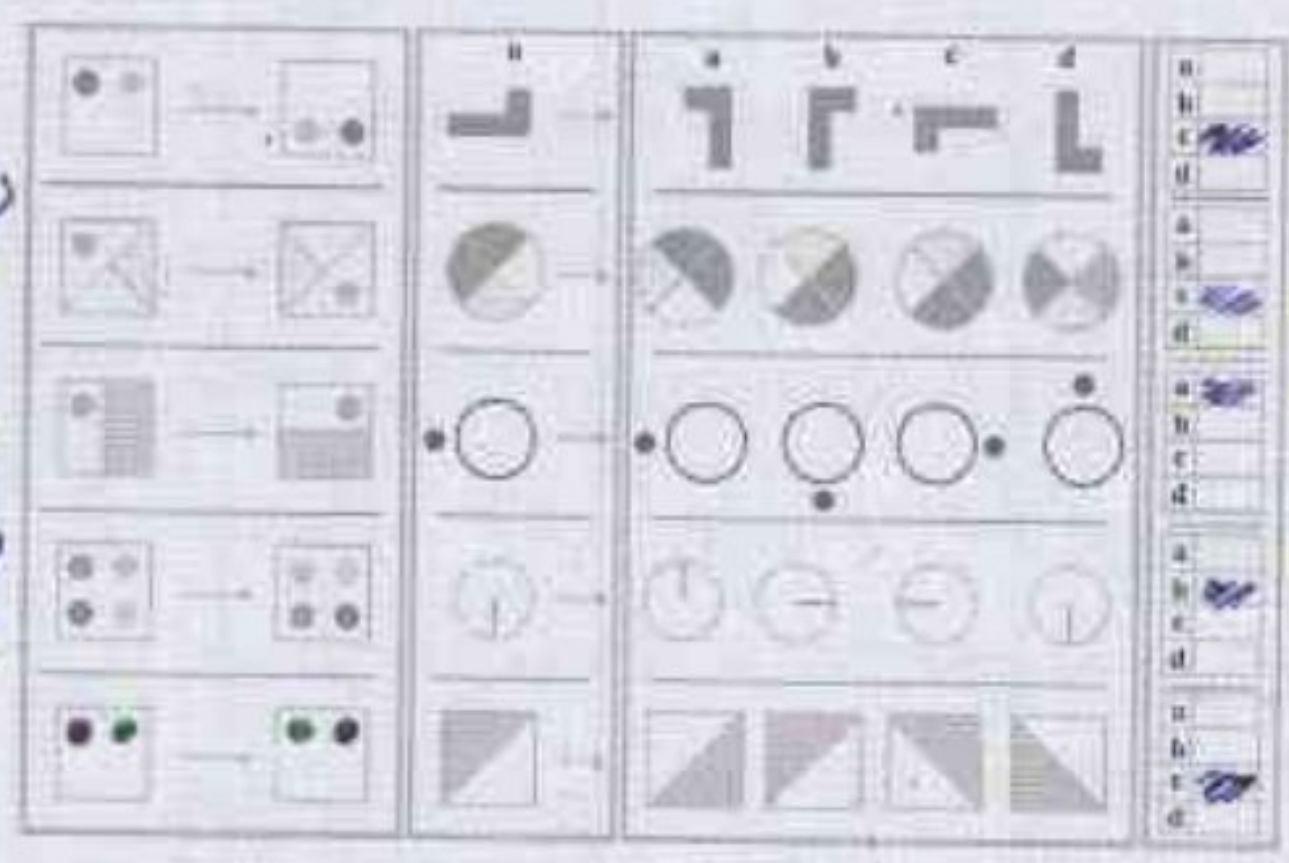
$\frac{3000}{250} = 12$ تعداد دوستان

۴۰	۸۰
۳۲	
۲۸	
۱۰۰	

۹- در یک مدرسه دوره متوسطه اول ۴۰٪ دانش آموزان در کلاس اول ۳۲٪ در کلاس دوم و بقیه در کلاس سوم درس می خوانند. چند درصد در کلاس سوم درس می خوانند؟ اگر تعداد دانش آموزان کلاس دوم ۸۰ نفر باشد تعداد کل دانش آموزان و تعداد دانش آموزان کلاس اول را پیدا کنید.

$\frac{40}{32} = \frac{\square}{80} \Rightarrow \square = \frac{40 \times 80}{32} = 100$

۱۰- به رابطه بین دو شکل سمت چپ توجه کنید. با توجه به آن مشخص کنید کدام یک از شکل های (۱)، (۲)، (۳) یا (۴) با شکل رسم شده همان رابطه را دارد؟



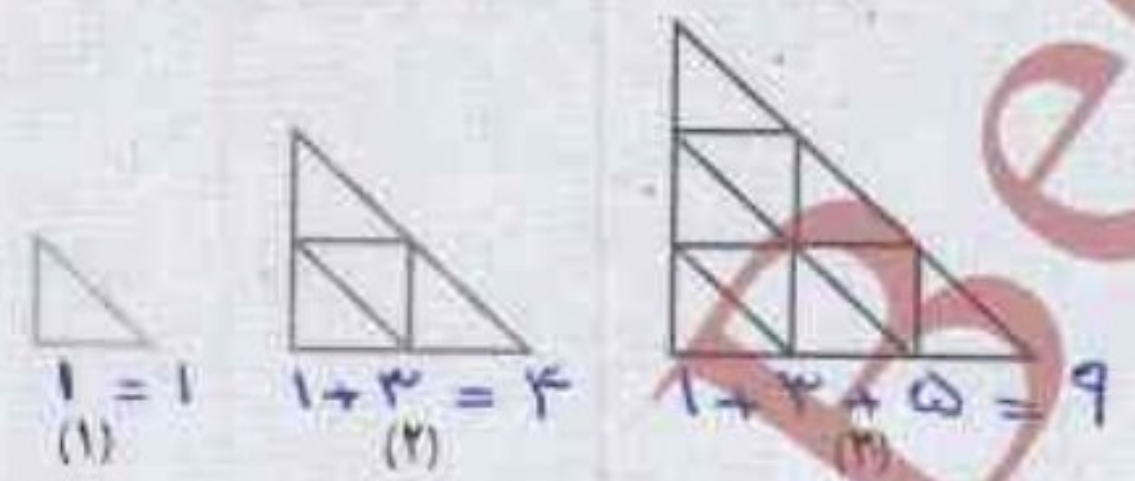
- دوران ۱۸۰ درجه
- دوران ۱۸۰ درجه
- دوران مرکزی ۹۰ درجه ساعت وار
- دوران مرکزی ۹۰ درجه پاد ساعت گرد
- دوران ۱۸۰ حول محور عرض ها

دوران ۱۸۰
دوران ۹۰-
دوران ۹۰+

۱۱- سارا می خواهد به دوستانش هدیه بدهد. اگر برای هر یک از آنها یک مداد ۱۵۰۰ تومانی بخرد ۲۰۰۰ تومان

زیاد می آورد و اگر مدادهای ۱۷۵۰ تومانی بخرد، ۱۰۰۰ تومان کم می آورد. تعداد دوستان سارا را با حدس و آزمایش پیدا کنید. ۱۲ نفر

۱۲- اگر کشیدن شکل ها را به همین ترتیب ادامه دهیم، شکل شماره ۸ چند مثلث کوچک دارد؟



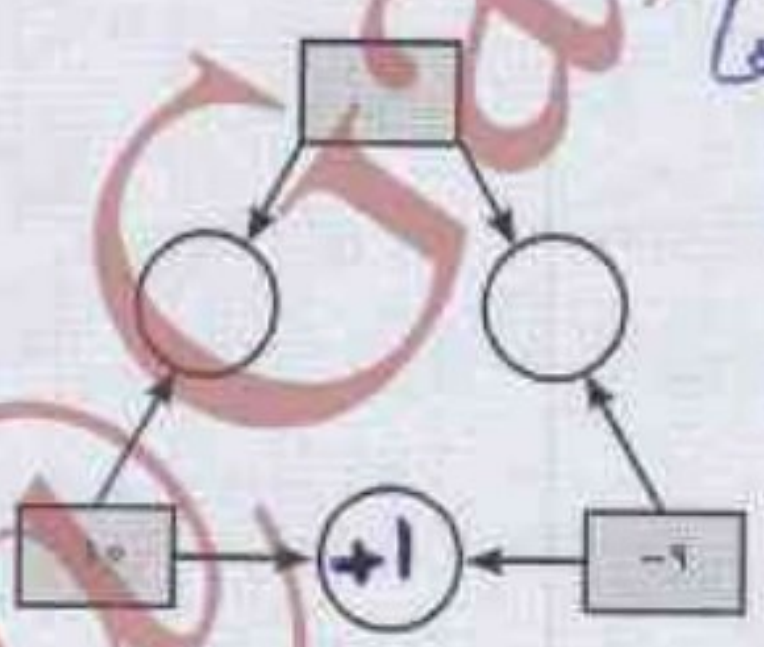
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64$

$\square + \triangle = -4$
 $\square \times \triangle = -12$

۱۳- دو عدد پیدا کنید که مجموع آنها -۴ و حاصل ضرب آنها -۱۲ باشند.
 $(-6) \times (+2) = -12$
 $(-6) + (+2) = -4$

$x^2 + 4x - 12 = 0$
 $(x+6)(x-2) = 0$
 $x = -6, x = 2$

۱۴- عددهای داخل دایره حاصل جمع عددهای داخل مربع اند. عددهای داخل دایره را کامل کنید. در چه صورت هر



در صورتی که هر سه عدد داخل مربعها منفی باشند یا دو عدد مثبت و یک عدد مثبت
دائمه ناممکن
که عدد مطلق عدد مثبت از عدد مطلق اعداد منفی کوچکتر باشد

مجموع	عدد (د)	عدد (د)
۱۱	۱۲	-۱
-۱۱	-۱۲	۱
۴	۶	-۲
-۴	-۶	۲
۱	۴	-۳
-۱	-۴	۳



اهداف

- ۱- خط، نیم خط و پاره خط را نام گذاری کنند
- ۲- روابط بین پاره خط‌ها را بنویسند و درر کنند
- ۳- زاویه‌ها را نام گذاری کنند

۴- روابط بین زاویه‌ها را بنویسند و درر کنند

۵- زاویه‌های متمم، مثل و متقابل در این رابطه یادآور

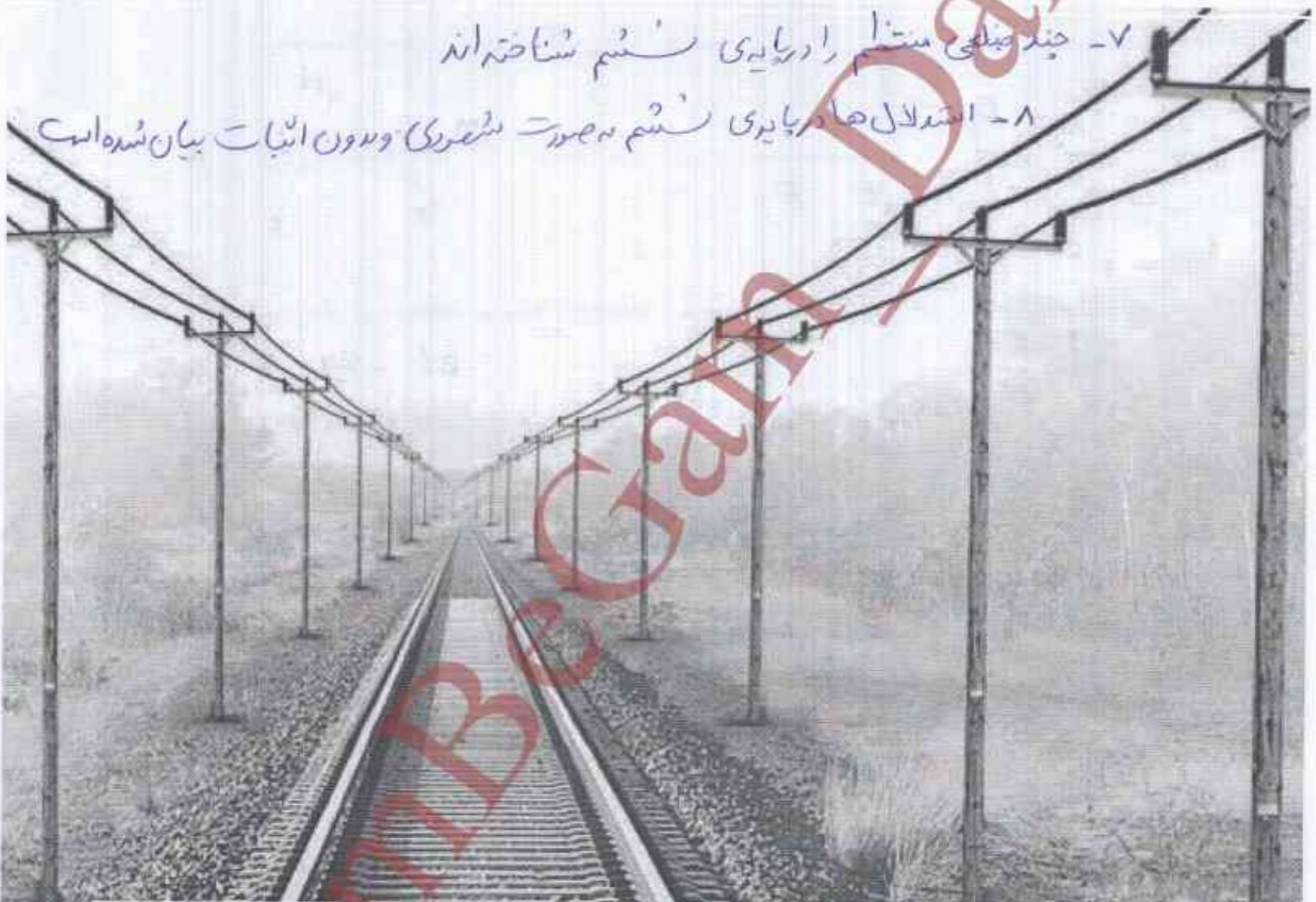
۶- با نوشتن رابطه‌ها وارد استدلال منطقی شود

۷- چند جمله‌ای منتهی را در پایدی رسم شناخته‌اند

۸- استدلال‌ها در پایدی رسم به صورت شعری و بدون اثبات بیان شده است

فصل ۳

هندسه و استدلال



- روابط بین پاره خط‌ها
- روابط بین زاویه‌ها
- رسم مثلث
- هم نهستی مثلث‌ها

شکل‌های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیای از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$\overline{BA} = x_A - x_B$$

اندازه‌ی جبری: اندازه‌ی جبری بردار \overrightarrow{AB} یا \overline{AB} عاقلین می‌دهیم $\Rightarrow \overline{AB} = -\overline{BA}$

طول بردار \overrightarrow{AB} را به صورت $|\overrightarrow{AB}|$

عاقلین می‌دهیم

رابطه بین باره خط‌ها

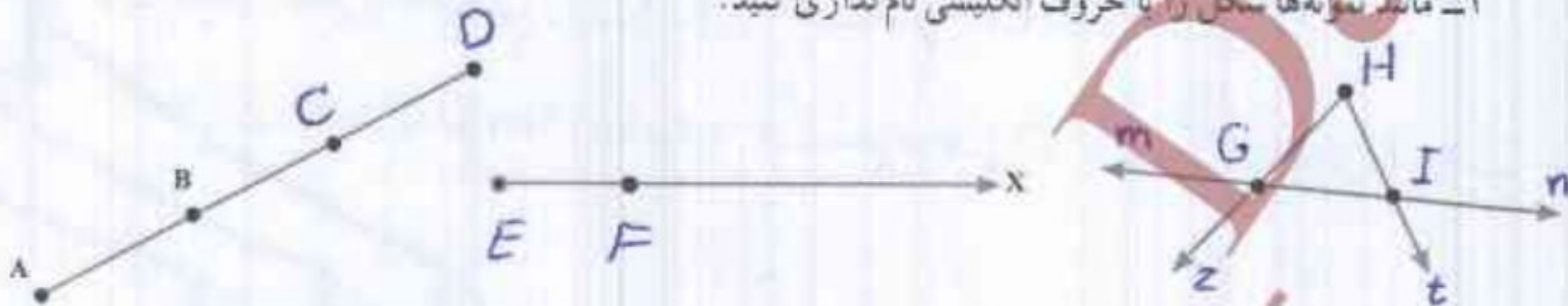
MATH-HOME.IR

در ریاضیات برای نام گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر

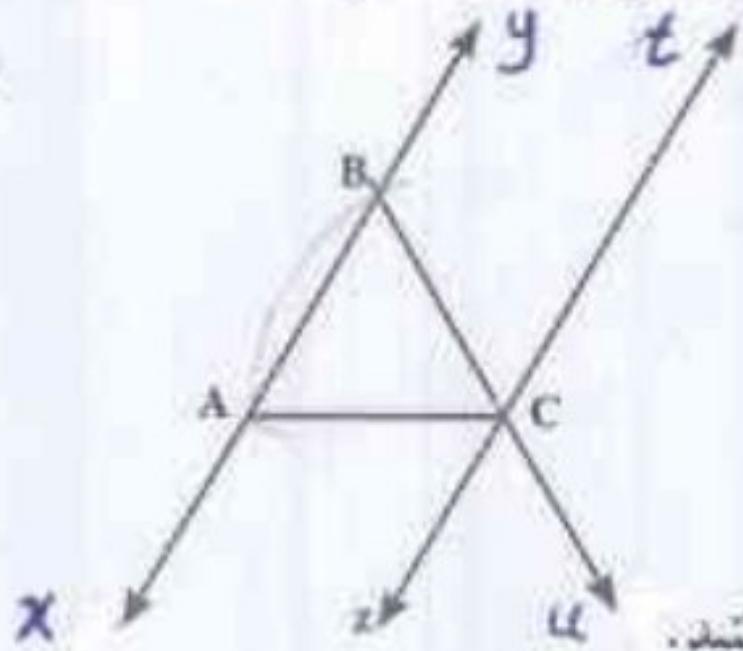
خط را با حروف کوچک نام گذاری می‌کنیم.

تکرار در این کتاب - برای اندازه‌ی باره خط AB از \overline{AB} استفاده کرده‌ایم

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم خط‌ها و باره خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



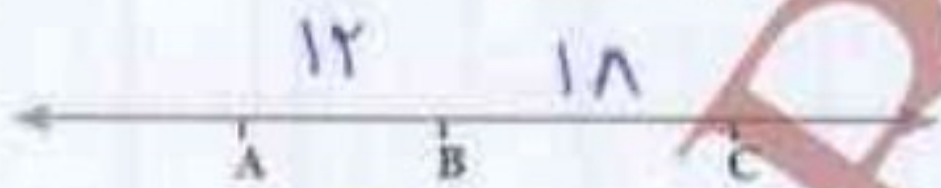
نیم خط: $(Ax, Ay), (Bx, By), (Bu, Cu), (Ct, Cz)$

باره خط: AB, AC, BC

دو خط موازی نام ببرید و با علامت || موازی بودن را نشان دهید. $xy \parallel zt$

باره خط‌ها را اندازه بگیرید و به صورت زیر طول آنها را نشان دهید و جاهای خالی را کامل کنید.

$$\overline{AB} = 1.5 \quad \overline{BC} = 1.5 \quad \overline{AC} = 1.5 \quad \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$



$$\overline{AB} = 12 \quad \overline{BC} = 18 \quad \overline{AC} = 30$$

۳- در شکل مقابل باره خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.

آیا $\overline{AB} = \overline{BA}$ است؟ چرا؟ بلیه، چون اندازه تغییر نمی‌کند (کلامی)

آیا بدون اندازه گیری می‌توان رابطه زیر را نوشت؟ چرا؟ باره خط AC از دو باره خط AB و BC بوجود آمده

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \Rightarrow 12 + 18 = 30$$



آیا می‌توان رابطه دیگری نوشت؟

با قرار دادن اندازه‌ها به جای باره خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.

$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$

دانش آموزان محترم به محبت استدلال نزدیک می‌شود

فعالیت

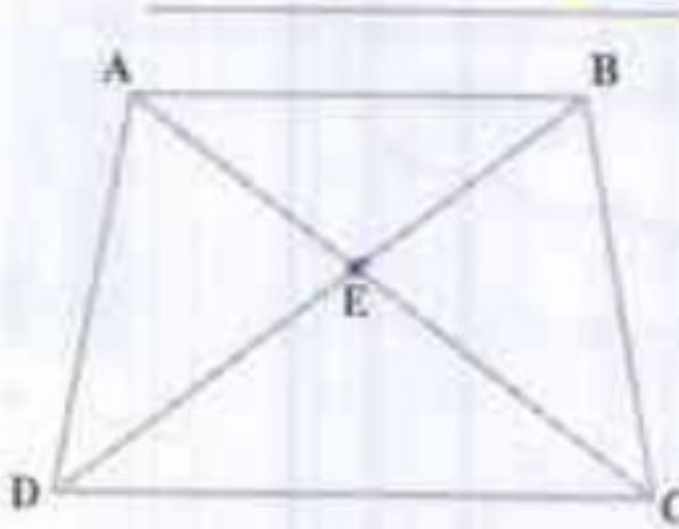
اشکال چاپی

$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

مقایسه باره خط‌ها

اشکال دارد

دست ورزی



AB, AE, AC, AD

BE, BD, BC

CE, CD

DE

۱- تمام پاره‌خط‌ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

$$۲+۳+۲+۱+۰ = ۱۰$$

$$\frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$$

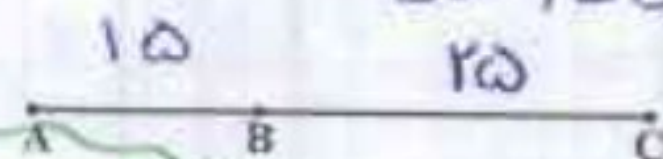
مانند نمونه رابطه‌های دیگر را بنویسید.

$$\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

$$\overline{BE} + \overline{ED} = \overline{BD}$$

$$\overline{AC} - \overline{CE} = \overline{AE}$$



۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و نسبت‌های زیر را بنویسید.

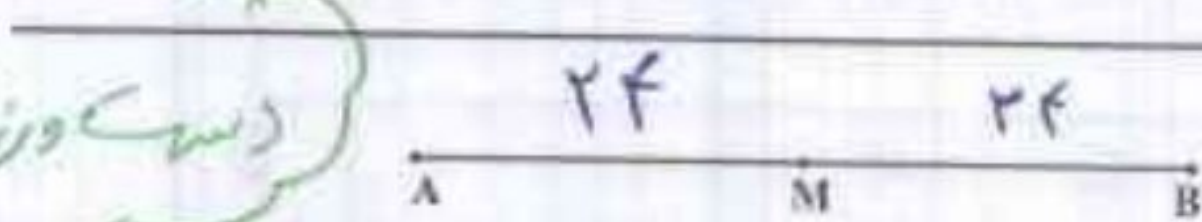
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{۱۵}{۴۰} = \frac{۳}{۸}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{۲۵}{۴۰} = \frac{۵}{۸}$$

$$\frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{۱۵ + ۲۵}{۴۰} = \frac{۴۰}{۴۰} = ۱$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می‌شود؟ چرا؟

هدف: رابطه‌ی بین پاره‌خط‌ها



۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره‌خط AB است.

پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه‌ها را بررسی کنید.

$$\overline{AM} = \overline{MB} \quad (۲۴=۲۴ \text{ زیرا})$$

$$\overline{AB} = ۲\overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \frac{۱}{۲}\overline{AB}$$

$$۴۸ = ۲ \times ۲۴ \quad \checkmark$$

$$۲۴ = \frac{۱}{۲} \times ۴۸$$

$$\overline{AB} = ۲\overline{AM}$$

$$\overline{AM} = \frac{۱}{۲}\overline{AB}$$

مانند تساوی‌های بالا تساوی‌های درست دیگر را بنویسید.

هدف: استدلال است

۲- اگر پاره‌خط‌های کوچک با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

نصورت کلامی استدلال بیان می‌شود



$$\overline{AC} = ۲\overline{AB} \quad \overline{CE} = \frac{۱}{۲}\overline{AE}$$

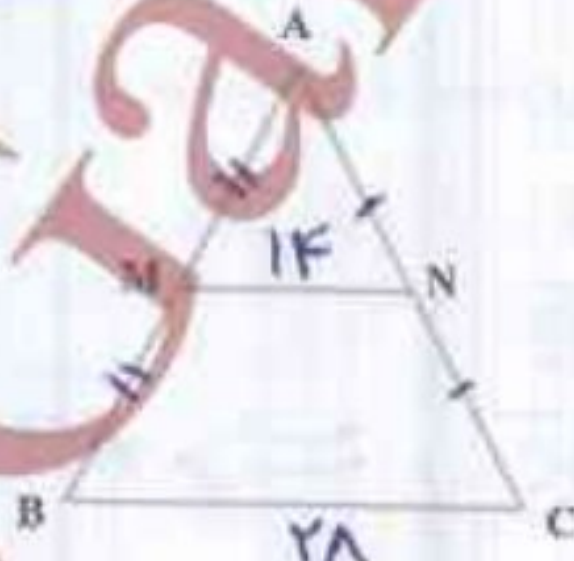
$$\overline{AE} = \frac{۴}{۳}\overline{BE} \quad \overline{BC} = \frac{۱}{۳}\overline{BC}$$

استدلال کلامی باشد

برای سادگی کار از مثلث متساوی‌الساق استفاده کنید. مثلث ABC متساوی‌الساق است. تساوی‌های زیر را کامل کنید. M و N وسط‌های اضلاع هستند.

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} \quad \overline{AM} = \frac{۱}{۲}\overline{AB}$$

$$\overline{AM} = \overline{BM} \quad \overline{AC} = ۲\overline{AN}$$



$$\overline{MN} = \frac{۱}{۲}\overline{BC}$$

درستی تساوی مقابل را با اندازه‌گیری بررسی کنید.

نکته: پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را بهم وصل می‌کند نصف ضلع سوم و موازی با آن می‌باشد

$$\begin{aligned} AM = BM \\ AN = CN \end{aligned} \Rightarrow MN \parallel \frac{۱}{۲}BC$$

آموزش نوشتن استدلال

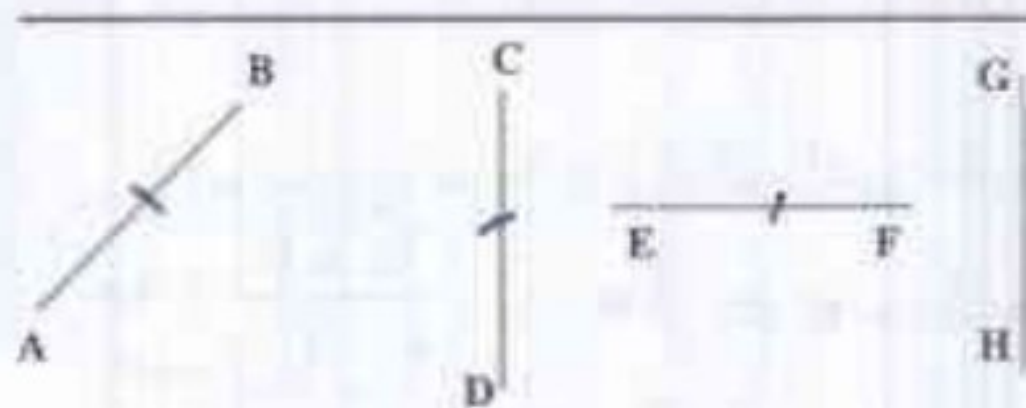
۳) هر کدام از اضلاع مثلث AMN نصف

اضلاع مثلث ABC است و مثلث ABC متساوی

الاضلاع است پس مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است

بدون اندازه گیری

فعالیت



با توجه به پاره خط‌ها اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$

و $\overline{DC} = \overline{EF}$ و $\overline{EF} < \overline{GH}$ رابطه‌های زیر را کامل کنید (این علامت \Rightarrow یعنی نتیجه می‌گیریم).

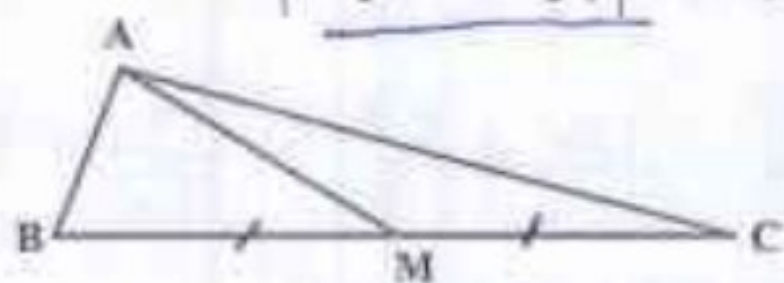
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF} \quad \left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$

$(\overline{AB}, \overline{AM}, \overline{AC}), (\overline{BM}, \overline{BC}), (\overline{CM})$

$$3 + 2 + 1 + 0 = 6$$

$$\frac{4 \times 3}{2} = 6$$

۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط‌ها در شکل زیر می‌بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط‌ها را نام



$$BM = MC$$

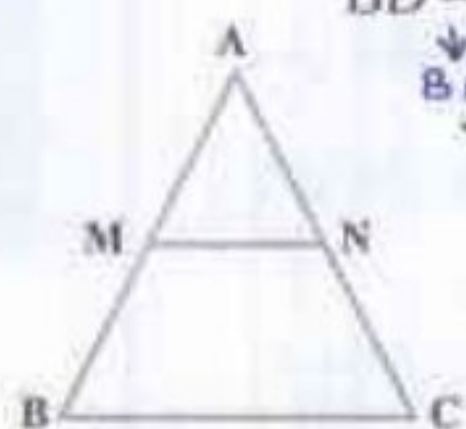
$$BM = \frac{1}{2} BC, \quad CM = \frac{1}{2} BC$$

$$BC = 2BM, \quad BC = 2CM$$

۲- یک خط رسم کنید و نقاط B, C, D و A را طوری روی آن نام گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.

$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$\overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$$



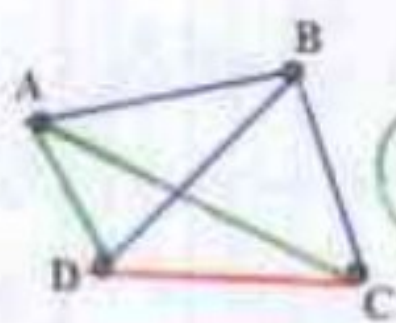
$$AM = \frac{1}{2} AB$$

$$AN = \frac{1}{2} AC$$

$$MN = \frac{1}{2} BC$$

$$AB = AC = BC$$

$\Rightarrow AM = MN = AN$ است



تعداد اضلاع = تعداد پاره خط‌ها = تعداد قطرهای

رسم شده است کدام پاره خط‌ها اضلاع شکل مقابل را مشخص می‌کنند

$\rightarrow AC, BD$

۵- با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ **بی شمار**

ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ **بی شمار**

ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟ **یک خط**

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 1 = 1$$

د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ **یک خط**

۶- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می‌آید؟ چرا؟

۷- قد علی (a) بلندتر از قد حسن (b) و قد حسن اندازه‌ی قد حسین (c) است

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$$

علی بزرگ‌تر از حسین است

رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۸- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق‌های AB و AC هستند. با نوشتن روابط و

تساوی‌های ریاضی دلیل بیاورید که $\overline{AM} = \overline{AN}$ است.



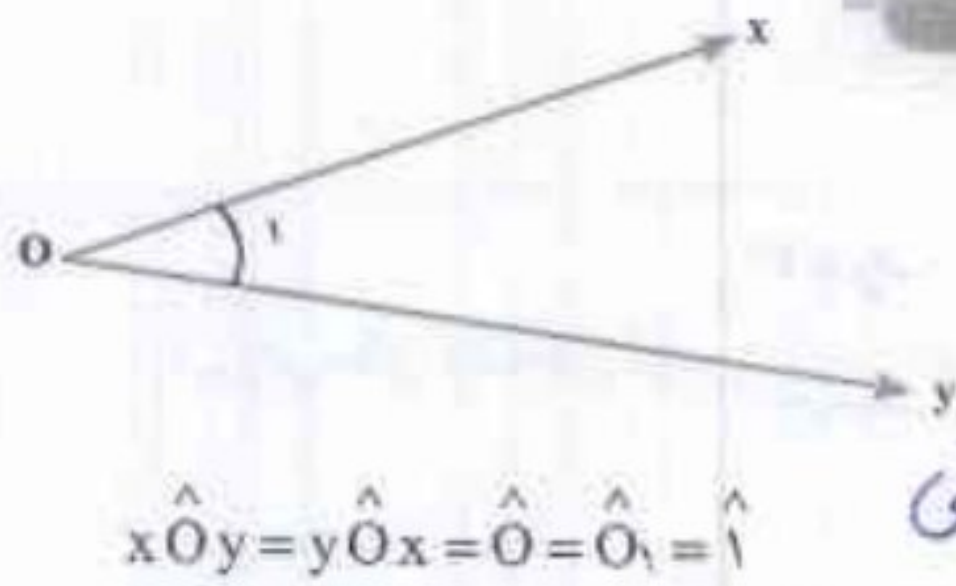
$$AB \text{ وسط } M \Rightarrow \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$AC \text{ وسط } N \Rightarrow \overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$$

$\overline{AB} = \overline{AC}$ تعریف مثلث متساوی الساقین

روابط بین زاویه‌ها



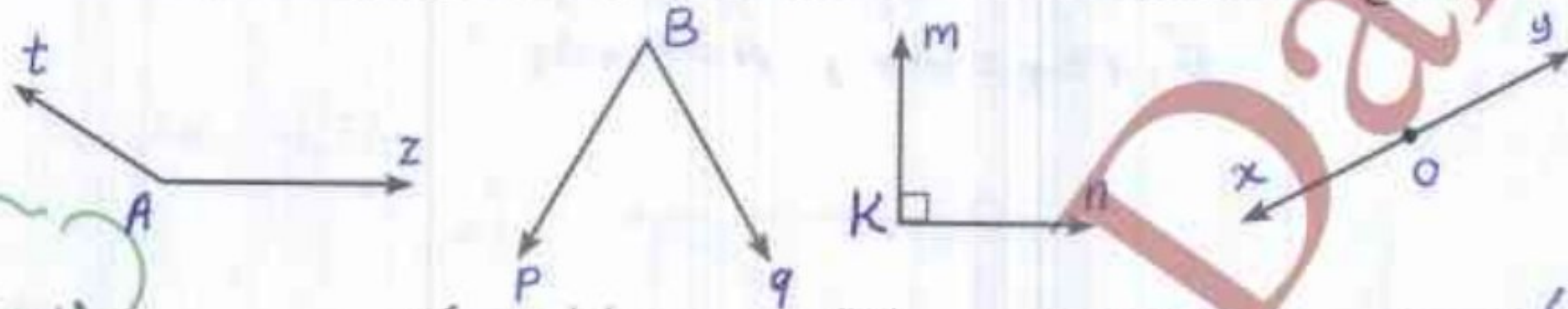
زاویه مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می‌شود.
چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

برای اشیاء قرار داده‌ها یا حروف بزرگ و نیم خط از سمتی که از آن است یا حروف کوچک

$$\hat{a} = \hat{a} = \hat{a} = \hat{a} = \hat{a}$$

فعالیت

۱- با انواع زاویه‌ها در سال گذشته آشنا شده‌اید. زاویه‌ها را نام گذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.



درست و زی

۲- تساوی بین زاویه‌ها را کامل کنید. سپس با مقاله درستی نوشته‌ها را بررسی کنید.

$$\hat{x}\hat{O}y + \hat{y}\hat{O}z = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{y}\hat{O}z = \hat{x}\hat{O}y$$

$$\hat{O}_r + \hat{O}_1 = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{O}_1 = \hat{z}\hat{O}y$$

وقتی در صورت رسیدی و با ابزار بررسی شود یا دیگری عمیق تر می‌شود

استدلال کلامی

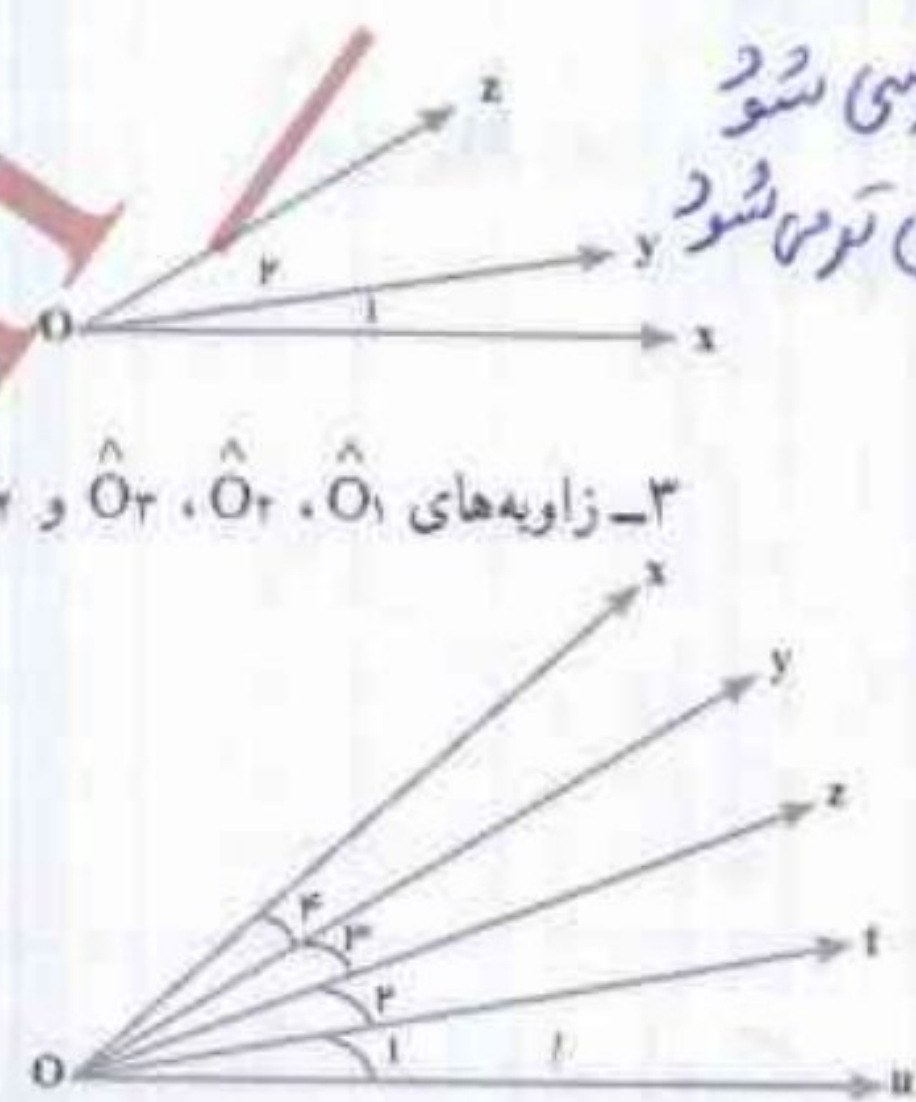
۳- زاویه‌های $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3$ و \hat{O}_4 همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\hat{x}\hat{O}u = \hat{O}_1$$

$$\hat{x}\hat{O}t = \hat{O}_1$$

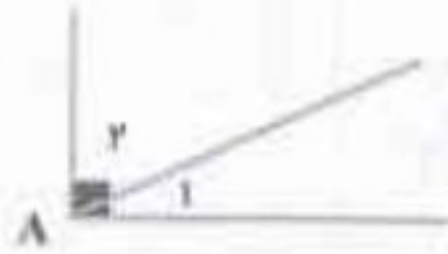
$$\hat{y}\hat{O}t = \hat{O}_2$$

$$\hat{O}_3 = \hat{z}\hat{O}u$$



بدون ابزار بررسی

۴- برای زاویه‌های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



$$\hat{A} + \hat{B} = 90$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 90$$



$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180$$

۵- زاویه‌های متقابل به رأس را در شکل مقابل می‌بینید.

تساوی‌ها را با عدد مناسب کامل کنید.



$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180$$

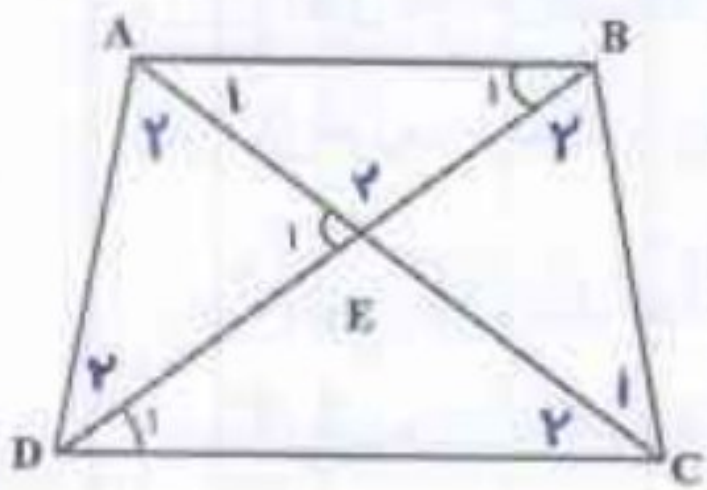
$$\hat{O}_1 + \hat{O}_4 = 180$$

$$\hat{O}_3 + \hat{O}_4 = 180$$

۳۳

MATH-HOME.IR

کار و تکلیف



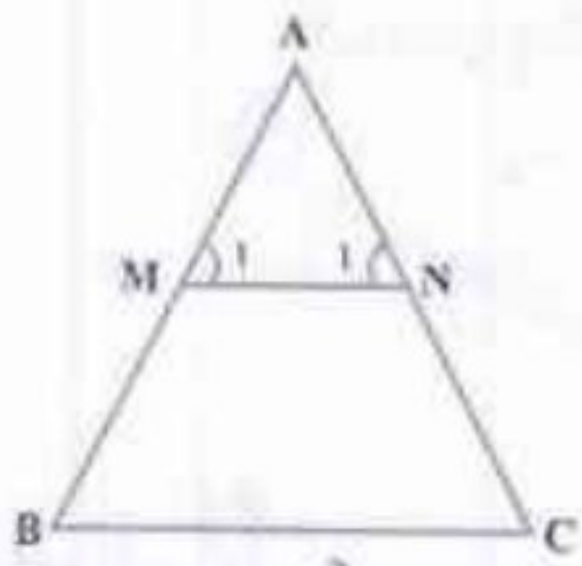
$$\begin{aligned} \hat{D}_1 &= \hat{EDC} \hat{=} \hat{BDC} \\ \hat{B}_1 &= \hat{EBA} \hat{=} \hat{DBA} \\ \hat{E}_1 &= \hat{AED} \end{aligned}$$

۱- زاویه‌های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

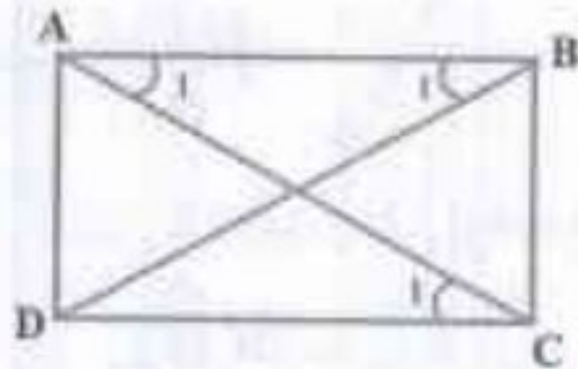
۲- تا از رابطه‌های بین زاویه‌ها را بنویسید.

$$\begin{aligned} \hat{ADC} &= \hat{D}_r + \hat{D}_l, \quad \hat{A}_r + \hat{D}_r + \hat{E}_l = 180^\circ \\ \hat{E}_l + \hat{E}_r &= 180^\circ, \quad \hat{A} = \hat{A}_l + \hat{A}_r \end{aligned}$$

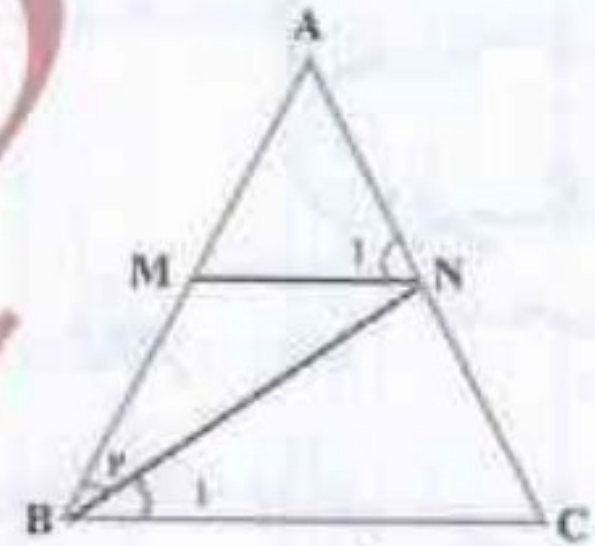
۲- رابطه‌ها را کامل کنید.



$$\left. \begin{aligned} \hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{B} &= \hat{M}_1 \\ \hat{C} &= \hat{N}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1$$



$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$



$$\left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{B}_r \\ \hat{B}_1 &= \hat{N}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{N}_1$$

استدلال روابط بین زاویه‌ها

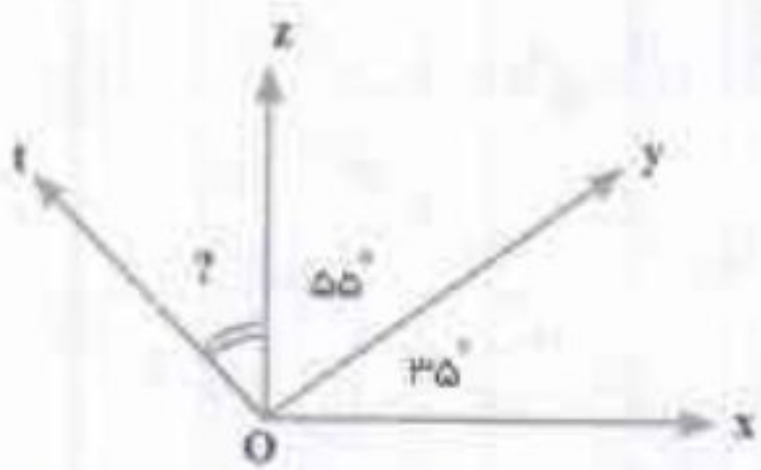
۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه را پیدا کنید.

$$x \hat{O}t = t \hat{O}z + z \hat{O}y + y \hat{O}x$$

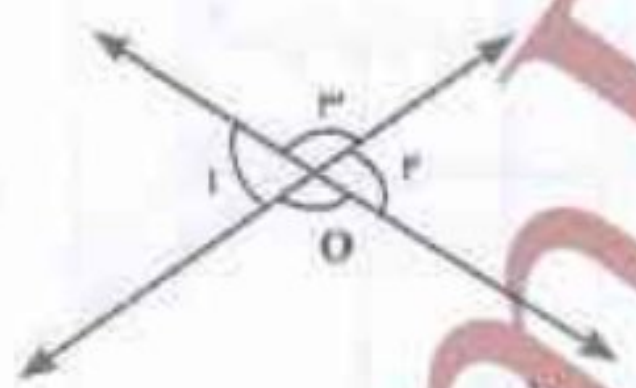
$$12 = \square + 55 + 35 \Rightarrow \square = 32$$

اگر $x \hat{O}t = 120^\circ$ باشد.

$$\begin{aligned} 55 + 35 &= 90 \\ 120 - 90 &= 30 \end{aligned}$$



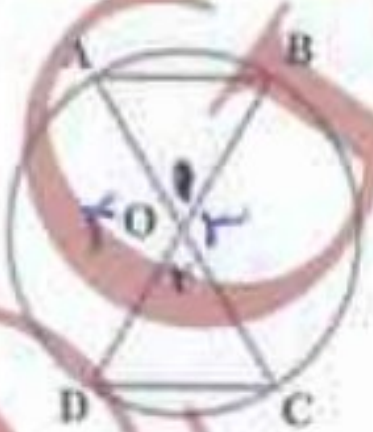
۱- با توجه به شکل مقابل رابطه‌ها را کامل کنید. استدلال تساوی دو زاویه متقابل به راس



$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= 180^\circ \\ \hat{O}_3 + \hat{O}_4 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟ زاویه‌های متقابل به راس یا هم‌راستا

۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل‌های زیر زاویه‌های مساوی را مشخص کنید. متوازی الاضلاع

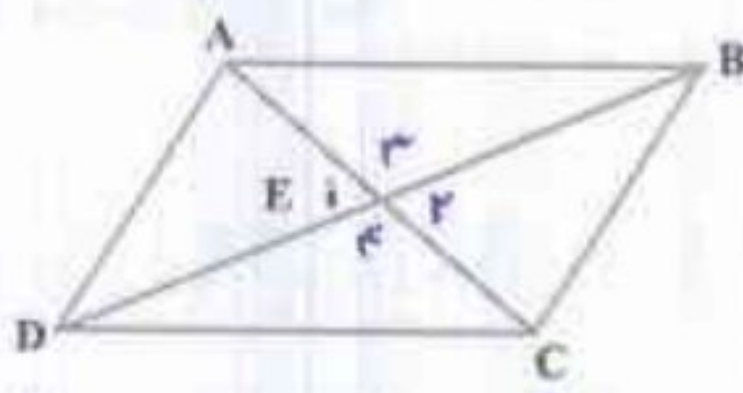


$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2, \quad \hat{O}_3 = \hat{O}_4$$

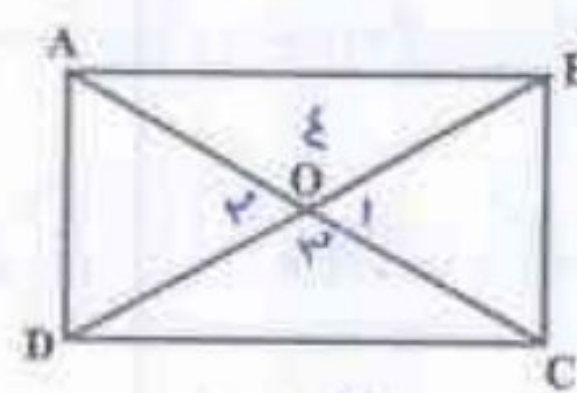
$$OA = OB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

$$OC = OD \Rightarrow \hat{C} = \hat{D}$$

$$\hat{OAB} = \hat{OBC} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$$



$$\begin{aligned} \hat{E}_1 &= \hat{E}_2 \\ \hat{E}_3 &= \hat{E}_4 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \\ \hat{O}_3 &= \hat{O}_4 \end{aligned}$$

فقط زاویه‌های متقابل به راس گفته شود

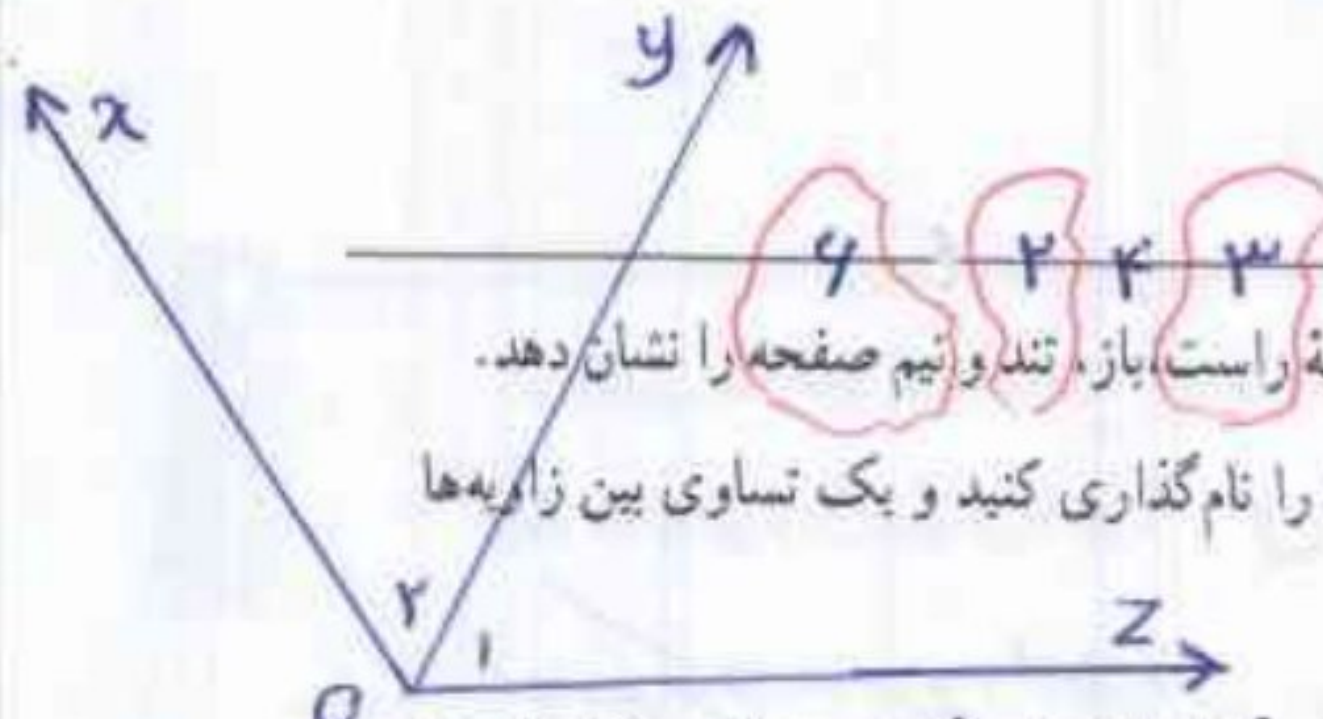
فعالیت

زاویه‌ی نیم‌صغیر: ساعت ۹ و ۰۰۰

زاویه‌ی تند: ساعت ۱ و ۰۲ و ۰۰۰

زاویه‌ی باز: ساعت ۴ و ۵ و ۰۰۰

زاویه‌ی راست: ساعت ۳:۰۰ و ۹:۰۰ و ۰۰۰



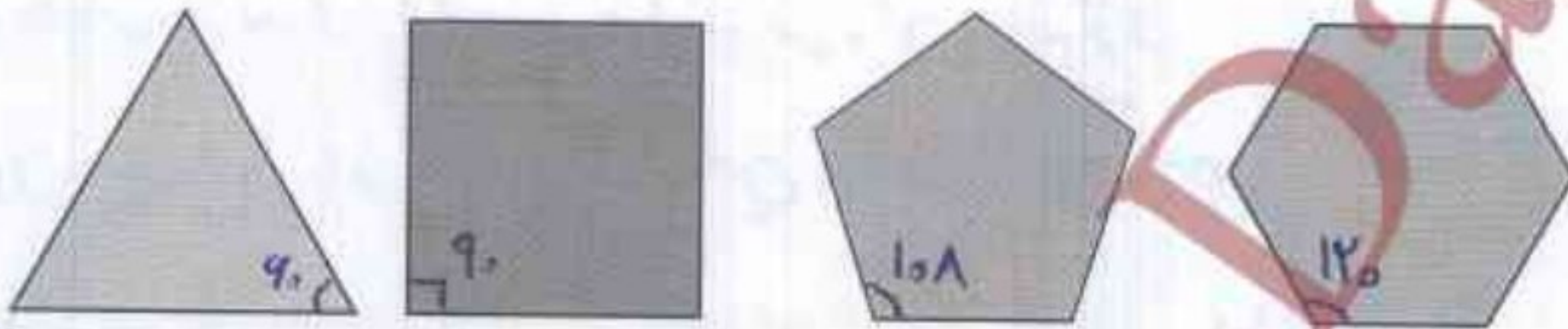
۱- زمان‌هایی را بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه‌ی راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.

۲- یک زاویه 120° رسم کنید. با تقاله نیم‌ساز آن را بکشید. زاویه را نام‌گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه‌ها بنویسید.

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{2} \hat{xOz} \quad \hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 = \hat{xOz} \quad \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2$$

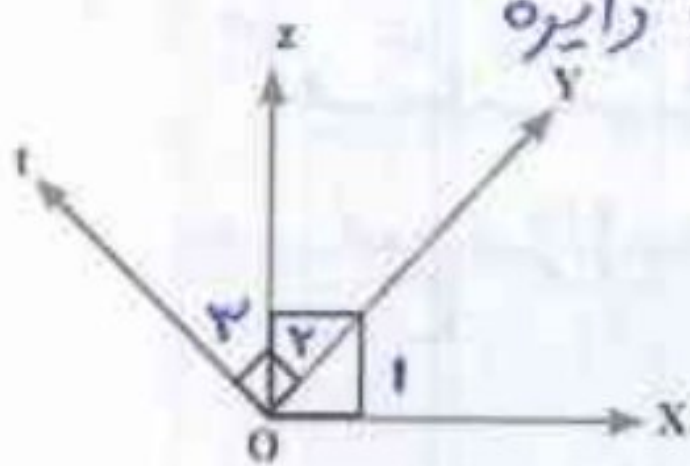
۳- در شکل‌های زیر همه ضلع‌ها و زاویه‌های شکل‌ها با هم برابرند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل‌ها چند ضلعی‌های منظم می‌گوییم. گذاری (طلاس ششم)

صغیری ۵۹ یا بزرگی ششم



با افزایش تعداد ضلع‌ها زاویه‌های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می‌کند؟ بزرگ‌تر می‌شوند (الگویابی)

اگر به همین ترتیب تعداد ضلع‌ها افزایش پیدا کند به چه شکلی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؟ دایره



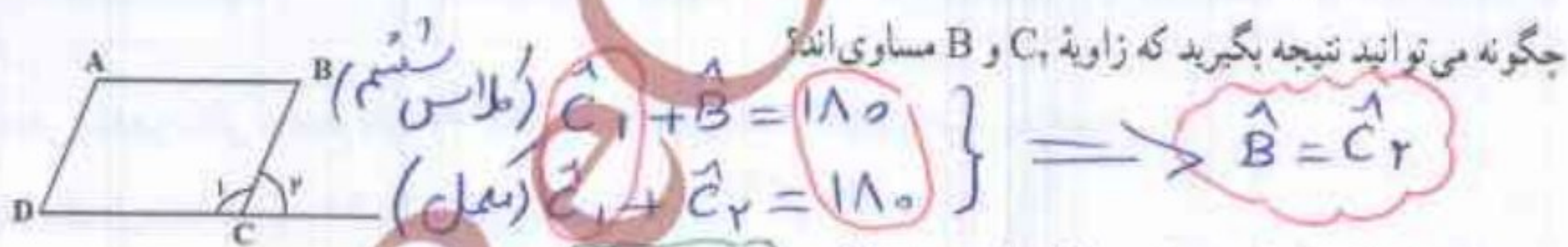
۴- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های \hat{xOz} و \hat{yOz} 90° هستند.

چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه‌های \hat{xOy} و \hat{zOx} مساوی‌اند؟

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 &= 90 \\ \hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_3 &= 90 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_3$$

۵- می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های کنار هم مثل A و B و یا D و C و یا A و B و یا C و D با هم مکمل‌اند.

صغیری ۵۸ یا بزرگی ششم



چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه C₁ و B مساوی‌اند؟

$$\left. \begin{aligned} C_1 + B &= 180 \\ C_2 + C_1 &= 180 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}_2$$

۶- اندازه زاویه x, y را در شکل‌های زیر پیدا کنید.

اصلاح شود

اصلاح شود

۳۵



فعالیت

۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ بی شمار مثلث می توان



رسم کرد - چون اندازه ی دو ضلع دیگر را نداریم و بهر نحوه
می توانیم رسم کنیم

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ ، یک ضلع آن $AC = 2 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ بی شمار مثلث می توان رسم کرد

چون می توانیم با هر زاویه ای این دو ضلع را رسم کنیم

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های AB ، AC ، BC به ترتیب 3 ، 2 و $2/5$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

یک مثلث می توان رسم کرد - در صورتی که داشتن ابعاد 2 یا 4 یا 12 را به
ایک سوال دادند بر آن ها بگویند که هر سه این مثلث ها یکی می باشند چرخیده اند
وقتی مثلث ها را رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه ها را روی آنها بنویسید.

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید پاک نکنید.

کار برگ کلاسی

۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های $AC = 3$ و $AB = 4$ و $BC = 2$ سانتی متر رسم کنیم.

ابتدا یک پاره خط به اندازه 4 سانتی متر را بکشید.

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس A به اندازه 3 سانتی متر باشند؟ دایره ای به مرکز A و به شعاع 3 رسم می کنیم
چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس B به اندازه 2 سانتی متر باشند؟ دایره ای به مرکز B و به شعاع 2 cm رسم می کنیم
اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه A به اندازه 3 و هم از نقطه B به اندازه 2 سانتی متر باشند؟ دو نقطه

آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟ بله چون این دو دایره یکدیگر را در دو نقطه

در چه صورت مثلثی به وجود نمی آید؟

دو نقطه قطع می کنند، این دو مثلث یکی می باشند و یا هم

همینست می باشند

در صورتی که دایره ها یکدیگر را قطع نکنند یا در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند مثلثی
وجود نمی آید

۱- مثلثی رسم کنیم که یک ضلع آن $AB=2\text{cm}$ و یک زاویه آن $\hat{A}=50^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟ می‌توانیم چگونگی ضلع AC را نام رسم

و هر دانش آموزی تواند آن را به دایره در نظر بگیرد

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB=2\text{cm}$ و زاویه آن $\hat{A}=50^\circ$ و $\hat{B}=40^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟ فقط یکی، در صورتی که دانش آموزان

جواب‌های ۱ و ۲ ... را در دست شما توضیح دهید که این مثلث‌ها

کدام یکی می‌باشند که چرخیده‌اند

۳- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB=2\text{cm}$ و ضلع دیگر آن $AC=3\text{cm}$ باشد.

چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟ می‌توانیم چگونگی ضلع AC را نام رسم کرد

چون زاویه‌ی بین دو ضلع مشخص است

۴- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB=2\text{cm}$ و ضلع دیگر آن $AC=3\text{cm}$ باشد. زاویه بین آنها یعنی $\hat{A}=50^\circ$ باشد.

چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟ ! مثلث

چون فقط یک حالت وجود می‌آید و حالت‌های دیگر مثلث جدیدی بوجود نمی‌آورد

فقط یک مثلث وجود می‌آید و حالت‌های دیگر همان مثلث است که چرخیده

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته‌اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ض ض ز) دو زاویه و

یک ضلع بین، (ض ز ض) دو ضلع و زاویه بین می‌نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی

از حالت‌های سه گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید.

دست ورزی

۱- مثلث ABC را در حالت های زیر رسم کنید. (نام گذاری و اندازه گیری را فراموش نکنید.)

الف) $\overline{AB} = 5\text{cm}$ ، $\overline{AC} = 4\text{cm}$ ، $\overline{BC} = 2\text{cm}$

ب) $\overline{AB} = 5\text{cm}$ ، $\overline{AC} = 4\text{cm}$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

ج) $\overline{AB} = 5\text{cm}$ ، $\hat{B} = 100^\circ$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که $\hat{A} = 5^\circ$ ، $\hat{B} = 75^\circ$ و $\hat{C} = 55^\circ$ باشند.

چند مثلث با این شرایط می توانید رسم کنید؟ بی شکی می توان رسم کرد

اگر در مثلث هر سه زاویه یا هم برابر باشند، آیا قابل انطباق اند؟ خیر، می توانند غیر قابل انطباق باشند
دلیل خود را بیان کنید. چون می توانند اضلاع متفاوتی داشته باشند

۳- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی متر باشند. سپس ضلع دیگر آن را اندازه بگیرید.

پروژه ی تحقیقی

می توان به قصیه (ابطری) فیثاغورس اشاره ای کرد

۴- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۳ سانتی متر و زاویه رأس آن 40° درجه باشد.

۵- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که طول ساق آن $2/5$ سانتی متر و زاویه های کنار قاعده آن 50° درجه باشد.

$2 + 3 = 5 < 7$

۶- آیا می توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟ خیر یعنی توان

مجموع دو ضلع باید بزرگ تر از ضلع سوم باشند در غیر این صورت نمی توانند بر اقطع من کنند



۷- فاصله یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است.

هم اکنون نور فانوس دریایی روی کشتی B است. نور افکن چند درجه باید بچرخد تا نور آن روی کشتی A بیفتد؟

(هر کیلومتر را یک سانتی متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث

زاویه مورد نظر را اندازه بگیرید.)

۸- نقاطی را از مستطیل پیدا کنید که فاصله آنها تا نقطه A برابر ۲ سانتی متر باشد. این مسئله در چه صورتی جواب ندارد؟



۱- دو جواب

۲- یک جواب

۳- سه جواب

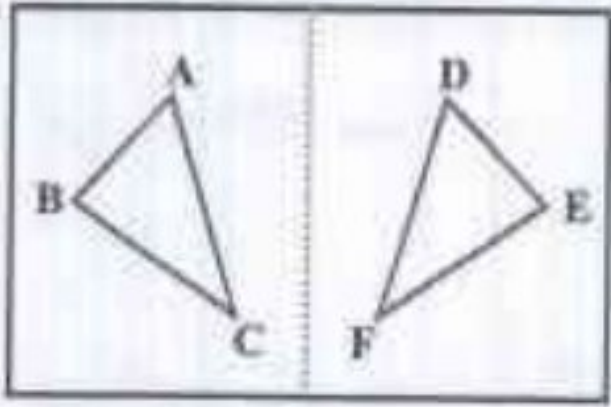
۴- جواب ندارد

بمركز A و شعاع ۲ سانتی متر دایره ای را رسم می کنیم

چهار حالت بوجود می آید

درس ورزی

۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث ABC رسم کنید. کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پررنگ تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را



باز کنید و مثلث دیگر را DEF بنامید.

با رسم ورزی مفهوم قابل انطباق بودن را متوجه شوند و با چشم ببینند

نقد

این دو مثلث ABC و DEF که بر هم منطبق می شوند، با یکدیگر هم نهشتی (یا قابل انطباق) هستند و می نویسیم:

به جای علامت هم نهشتی از علامت مساوی استفاده شده است $\triangle ABC = \triangle DEF$

نقد

چه راه های دیگری برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

بررسی اجزاء آن ها زاویه ها و ضلع ها

کارین

① ضلع ها مساوی باشند

۲- در دو مثلث هم نهشتی (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی اند تساوی های زیر را کامل کنید:

② زاویه ها مساوی باشند

$\overline{AB} = \overline{DE}$ $\overline{BC} = \overline{EF}$ $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\hat{A} = \hat{D}$ $\hat{B} = \hat{E}$ $\hat{C} = \hat{F}$

اصلاح شود

۳- مثلث های ABC و DEF را با مشخصات زیر رسم کنید.

$DE = 2\text{cm}$ $DF = 2\text{cm}$ $\hat{A} = 40^\circ$

$AB = 2\text{cm}$ $AC = 2\text{cm}$ $\hat{D} = 40^\circ$

آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهشتی اند؟ تساوی سایر اجزای آنها را بنویسید.

$\overline{CB} = \overline{FE}$, $\hat{C} = \hat{F}$, $\hat{B} = \hat{E}$

همان طور، که در درس رسم مثلث هم دیدید، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می آید، پس می توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند، آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهشتی اند.

از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.



در مواردی در اثبات‌ها از قضایای استفاده می‌شود که هنوز اثبات نشده
و به نظر بنده باید مطالبی را که حق استفاده از آن‌ها را داریم را به عنوان نکته یادآوری می‌کرد

نکته‌های مهم

فعالیت

اصلاح شود



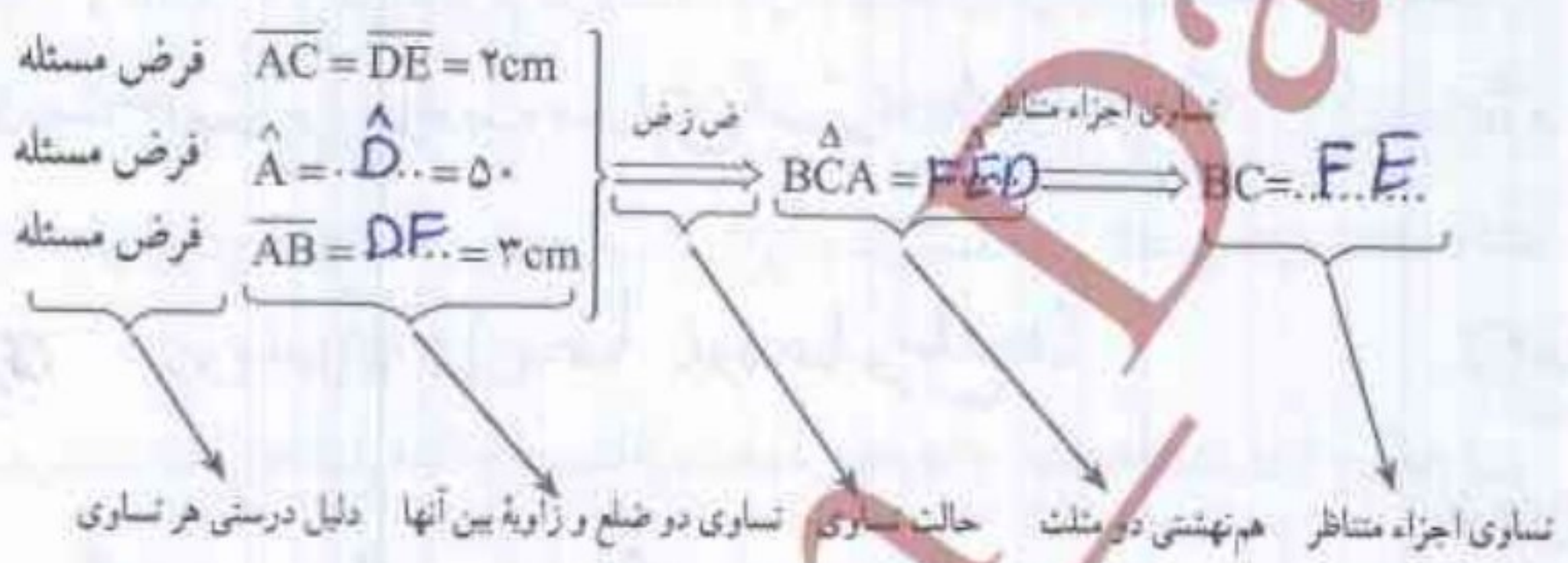
اندازه اضلاع دو مثلث در شکل داده شده است.

چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا $EF=BC$ است؟

در هندسه برای بیان استدلال به شیوه زیر عمل می‌کنیم. قسمت‌های خالی را تکمیل کنید تا استدلال کامل شود.

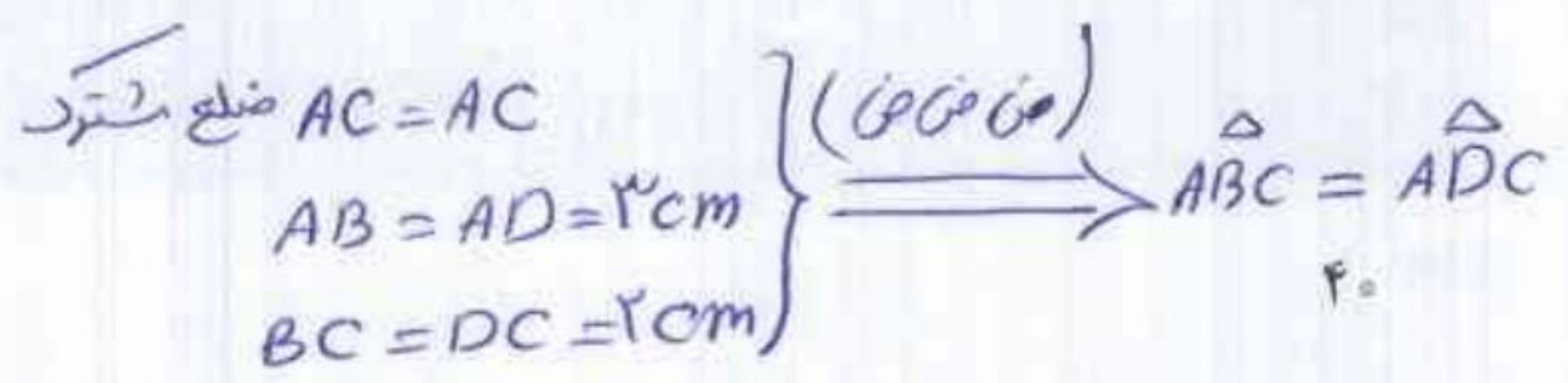
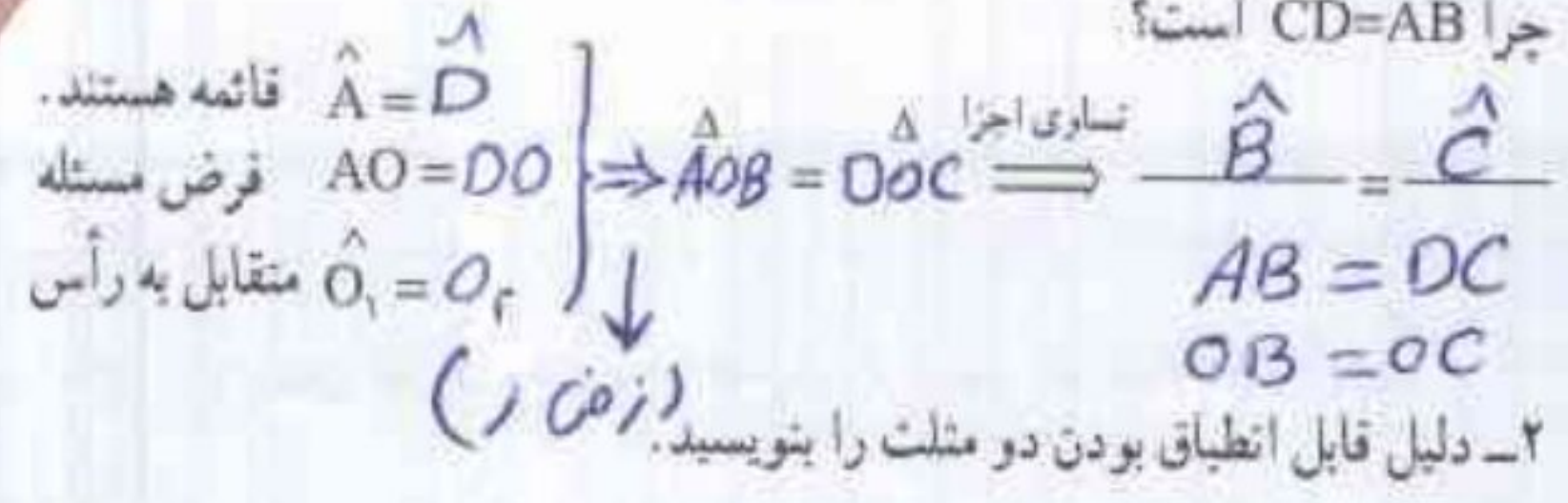
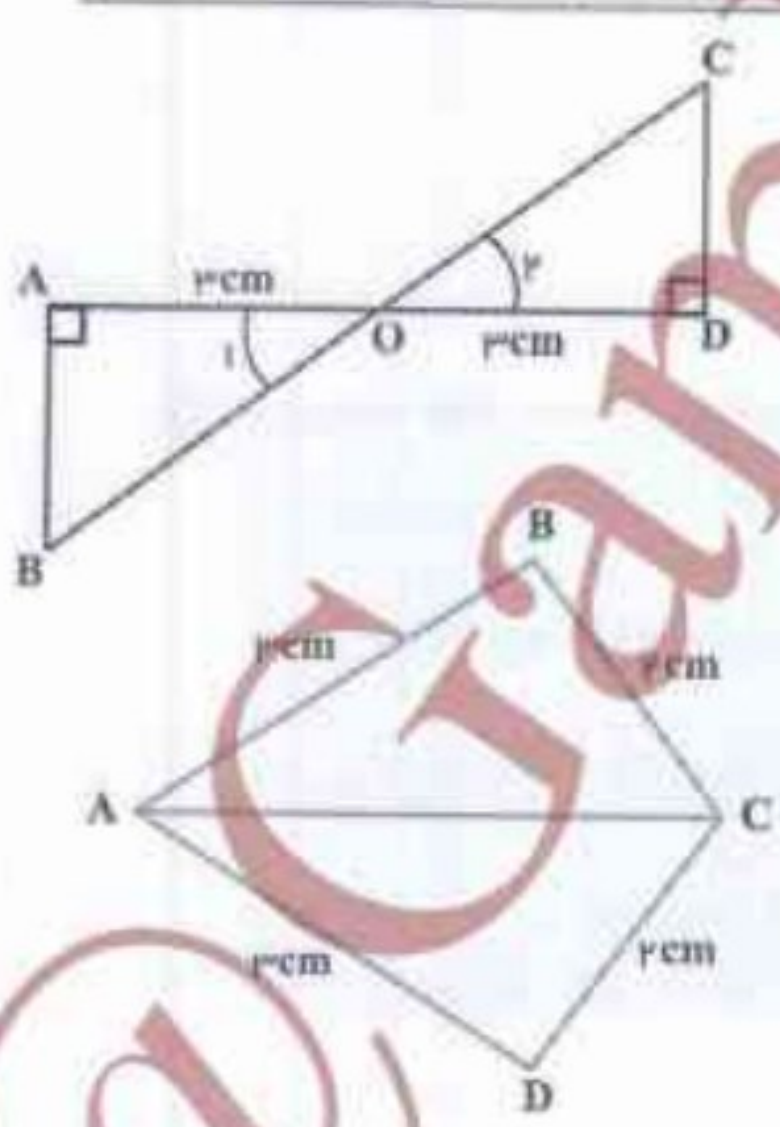
مخودی استدلال کردن
را به صورت گام به گام
آموزش دهید



به همین ترتیب در مورد دو حالت دیگر رسم مثلث نیز می‌توان نتیجه‌گیری کرد و در استدلال کردن برای هم نهشتی استفاده کرد.
- اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلثی دیگر برابر باشند، آن دو مثلث بر هم قابل انطباق‌اند.
- اگر دو زاویه و ضلع بین آن، از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آن، از مثلثی دیگر برابر باشند، آن دو مثلث با هم، هم نهشت‌اند.

۱- با توجه به شکل استدلال کنید که چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا $CD=AB$ است؟

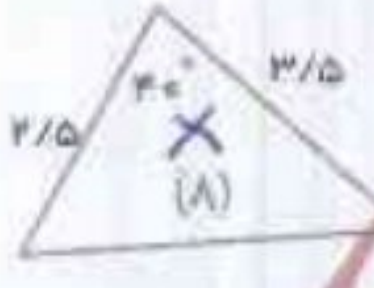
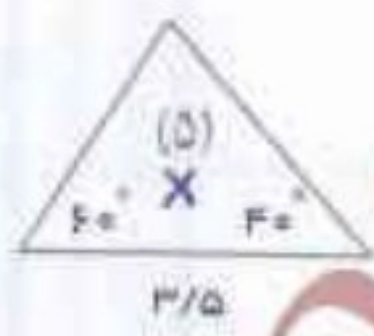
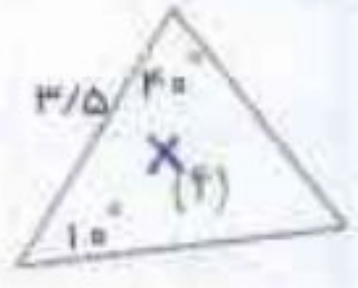
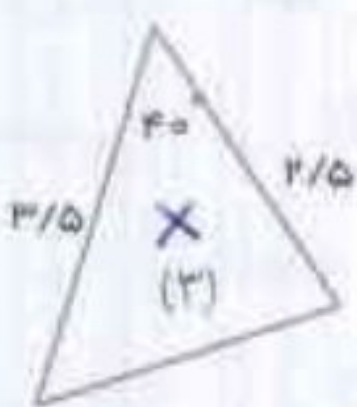
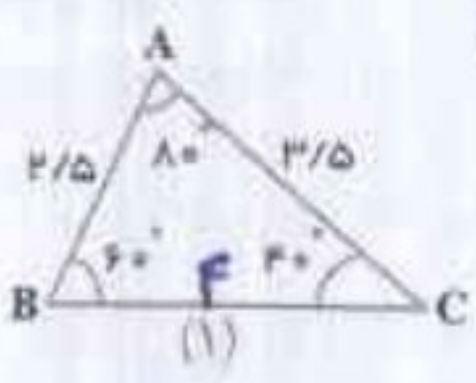


با توجه به اینکه هندسه ی دوری متوسطی اول ناقص است داشتن آموزان می توانند اثبات

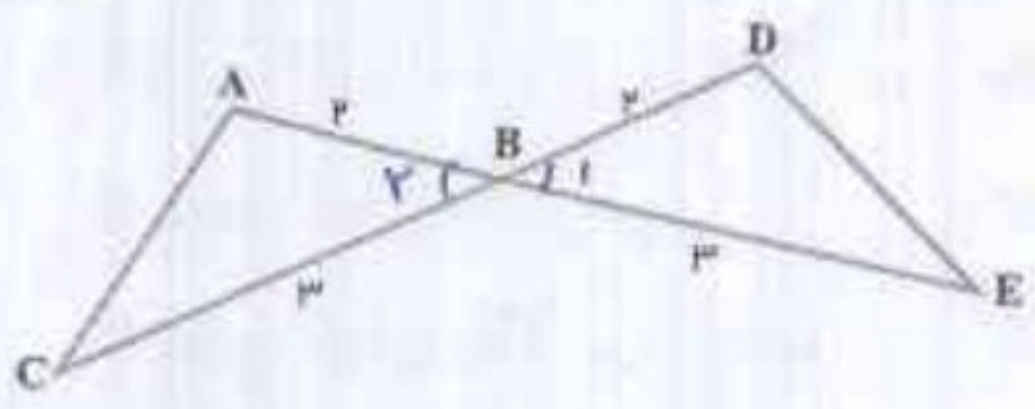
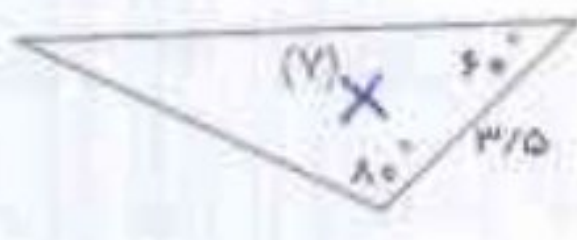
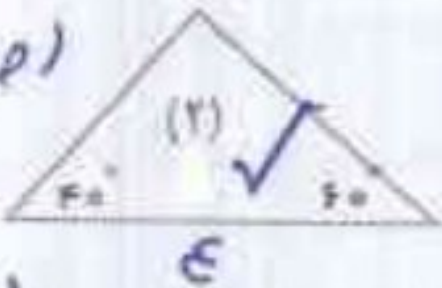
های متعددی را برای مسئله ها مطرح نمایند (مثال فرضی) $\Rightarrow \begin{cases} \vec{c}_1 = \vec{c}_2 = 45 \\ EC = FC \\ AC = AC \end{cases} \Rightarrow \triangle AEC = \triangle AFC$

(4) قسمت دوم

اصلاح نمود



اصلاح نمود (صحت زنی)



2- با توجه به شکل مقابل چرا $AC = DE$ ؟

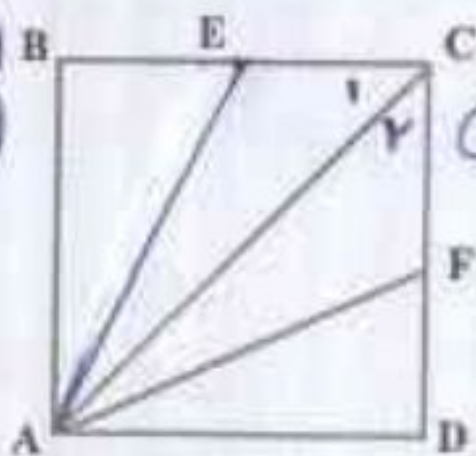


(O مرکز دایره است)

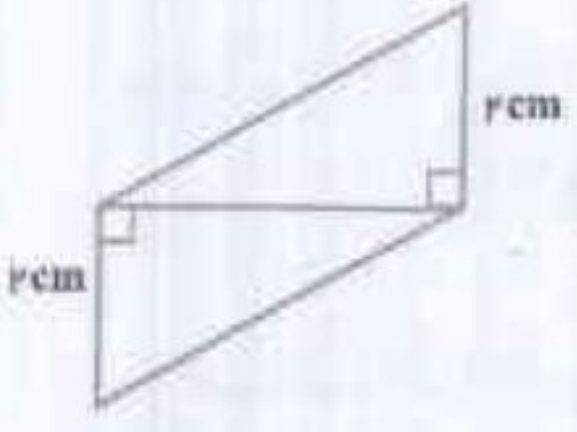
3- با توجه به شکل مقابل چرا $AB = CD$ ؟

4- چهار ضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F در وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از

شکل اصلاح نمود

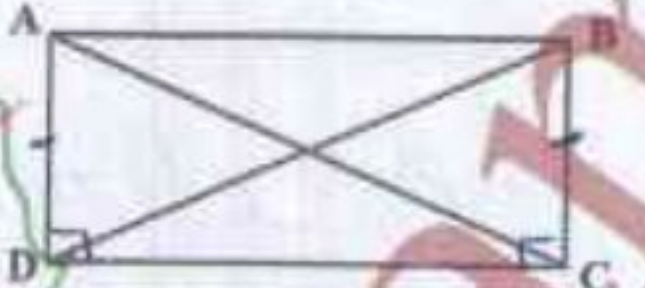


مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشد، چرا دو مثلث ABE و ADF هم نهشت اند؟
 فرضی $\begin{cases} BE = DF \\ AB = AD \\ \hat{B} = \hat{D} = 90 \end{cases} \Rightarrow \triangle ABE = \triangle ADF \Rightarrow AE = AF \Rightarrow \triangle AEC = \triangle AFC$
 چرا دو مثلث AEC و AFC هم نهشت اند؟



فرضی $\begin{cases} AE = AF \\ AC = AC \\ EC = FC \end{cases} \Rightarrow \triangle ACF = \triangle AEC$

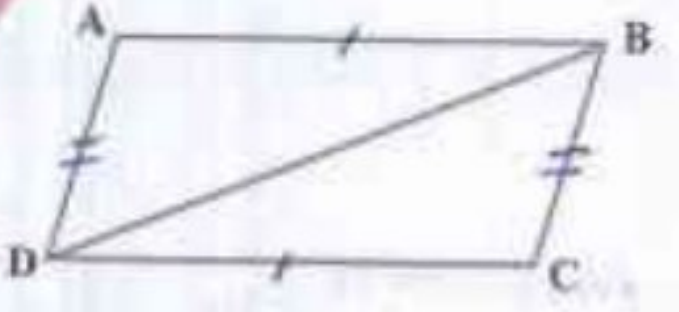
5- دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید.



6- چهار ضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟

فرضی را نسیم قبلاً ثابت کرده

$AB = DC$
 $AD = BC$



7- چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. چرا زاویه های مقابل (\hat{A} و \hat{C}) مساوی اند؟



8- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است.

چرا دو مثلث AHC و AHB با هم قابل انطباق اند؟

فرضی $\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90 \\ AH = AH \end{cases} \Rightarrow \triangle ABH = \triangle ACH$

مفاهیم و مهارت ها

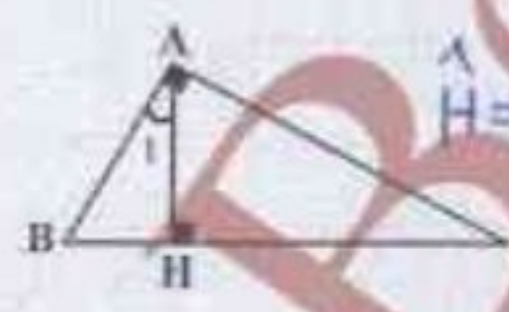
در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- اجرای مناظر
- منقابل به رأس
- مثلث‌های هم‌نهست یا قابل انطباق
- نام گذاری پاره خط، نیم خط و خط
- نام گذاری زاویه
- نوشتن رابطه بین پاره خط‌ها
- نوشتن رابطه بین زاویه‌ها
- نتیجه گیری از چند تساوی درست
- دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث در حالت ز ض ز
- رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم
- تساوی اجزای مناظر در دو مثلث
- بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های تشم (بردار) و نهد (ترسیم‌های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک کامپیوتر، طراحی و نیز کاربرد دارد.

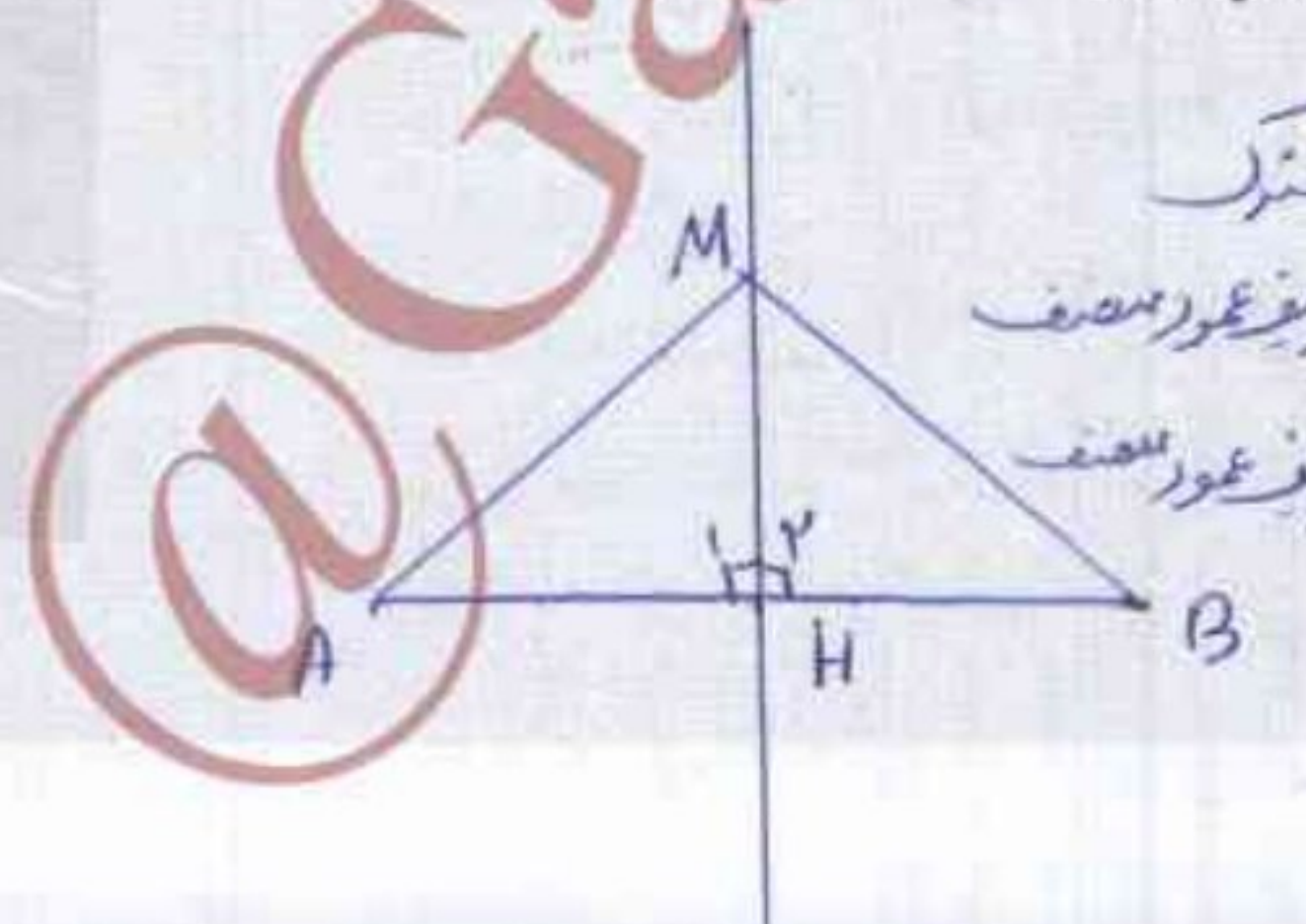
تمرین‌های ترکیبی



۱- چرا $\hat{C} = \hat{A}_1$ است؟ $\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$

$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} + \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\}$

- ۲- الف) مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی متر و یک زاویه آن 30° درجه باشد.
 ب) ضلع روبرو به زاویه 30° را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
 رابطه‌ی بین ضلع مقابل به زاویه 30° و وتر را در مثلث قائم الزاویه بررسی کنید.
 ۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن به یک اندازه است؟



$MH = MH$ (مشترک)

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ (تعریف عمود منصف)

$AM = BH$ (تعریف عمود منصف)

$\Rightarrow \Delta AMH = \Delta BMH$ (قضی رضی)

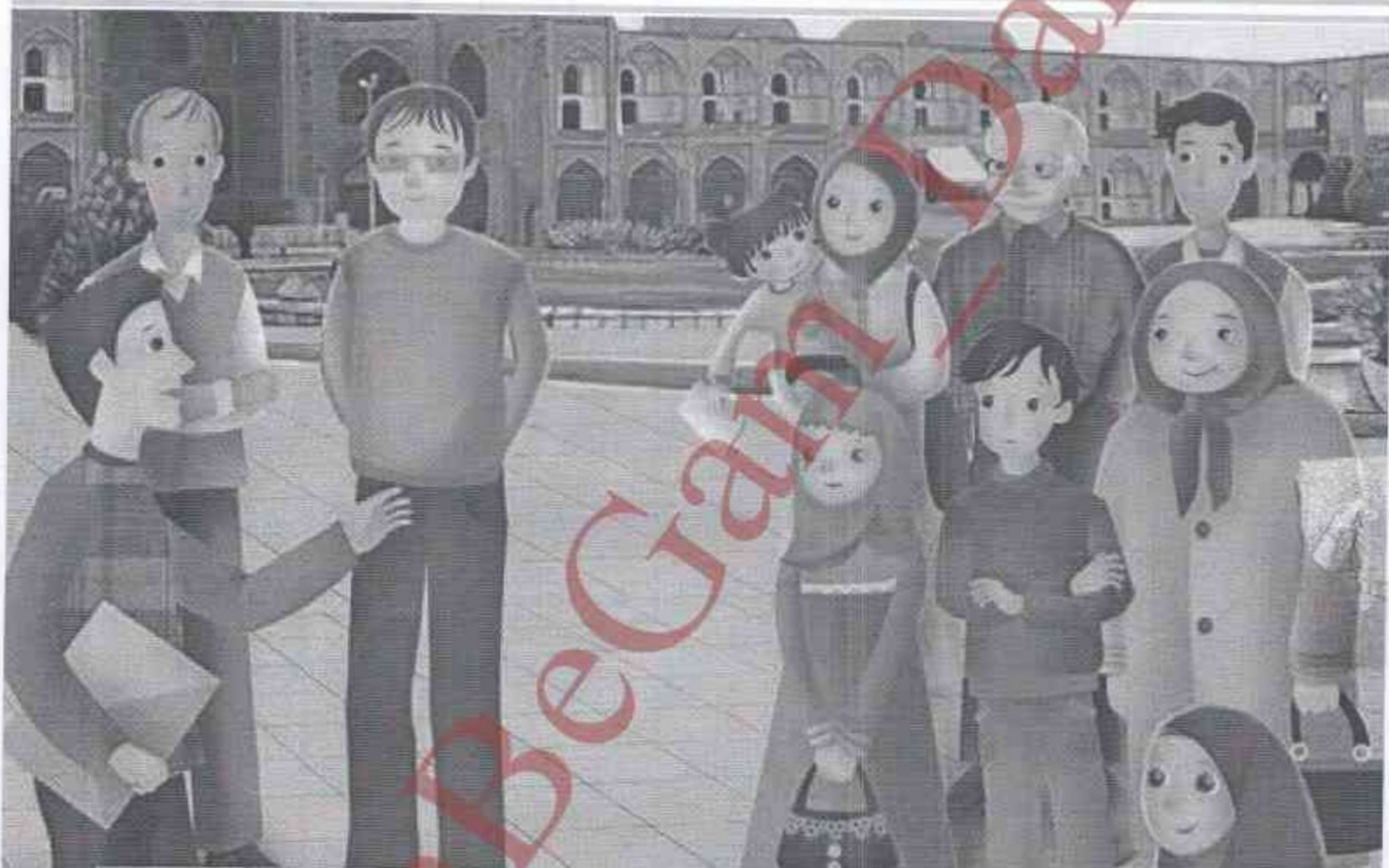
$\Rightarrow AM = BM$ ۲۲



MATH-HOME.IR

جبر و معادله

فصل ۴



- الگوهای عددی
- عبارات جبری
- مقدار عددی یک عبارت جبری
- معادله

تبدیل مسائل زندگی روزمره به عبارات ها و معادله های ریاضی را مدل سازی می گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت. بنابراین می توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت $C = a + nb$ نمایش داد. حروف a ، b و n به چه معنی هستند؟

۱- بتوانند از حروف در بیان روابط کلی و قواعد استفاده کنند.

۲- از حروف برای بیان روابط عددی و ریاضی مثل مساحت و محیط استفاده کنند

۳- عبارتهای جبری را بنامند و هنگام ساده کردن عبارات ها، عملیات مشابه را تشخیص دهند

۴- ضرب عدد در یک عبارت

۵- مقدار عددی یک عبارت جبری را محاسبه کنند

۶- معادله را بنامند و روش حل معادله را بیانند

۷- با تغییر عمادین سازی مسئله را حل کنند

© GamBeGam -

MATH-HOME.IR

① بحث با الگوی عددی شروع شده تا متغیر را معرفی دار کنیم و دانش آموز متغیر را بفهمد

② رابطه‌ی مربوطه هر شکل را بدست آورید

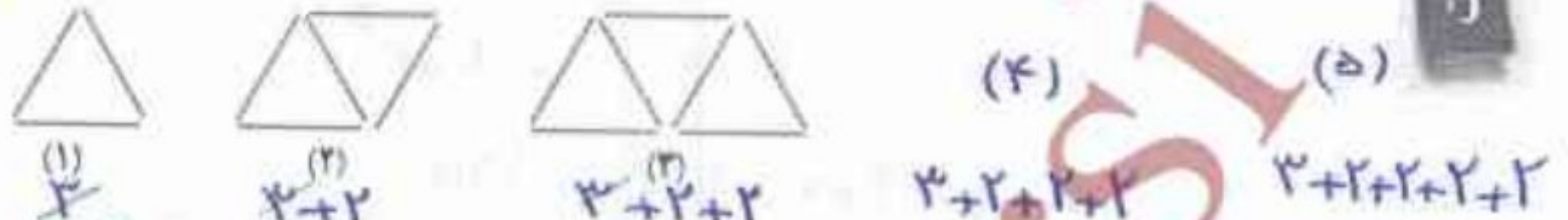
③ در مفهوم به ازا

الگوهای عددی

فعالیت

۱- شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.

تعداد کبریت‌ها
 $3 + (n-1) \times 2$
 تعداد چوب‌کبریت‌ها
 $1 + 2n$



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت‌ها وجود دارد. تعداد چوب کبریت‌های شکل دهم را پیدا کنید.

شکل nام چند چوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.
 $3 + (2+2+2+\dots+2) = 3 + 18 = 21$
 $3 + (n-1) \times 2$

۲- اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	n
تعداد دایره								

تعداد
 $1 + (n-1) \times 2$
 $1 + (n-1) \times 2$

تعداد
 $(-1) + 2n$
 $2n - 1$

۳- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشک	۴	۶/۵	۵ ۱/۳	۸	۵	a
محیط تشک	۱۶	۲۶	۲۱ ۱/۳	۳۲	۲۰	۴a



در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه a، برابر با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می‌شود. در

جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

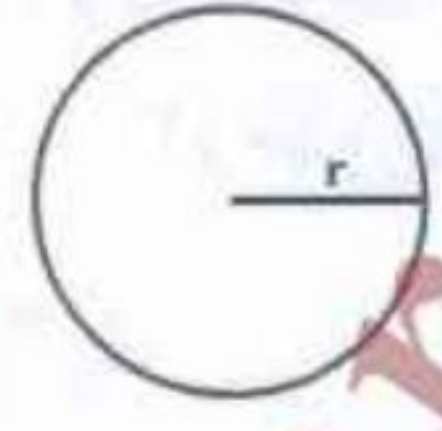
۳۷

MATH-HOME.IR

کار با کلاس

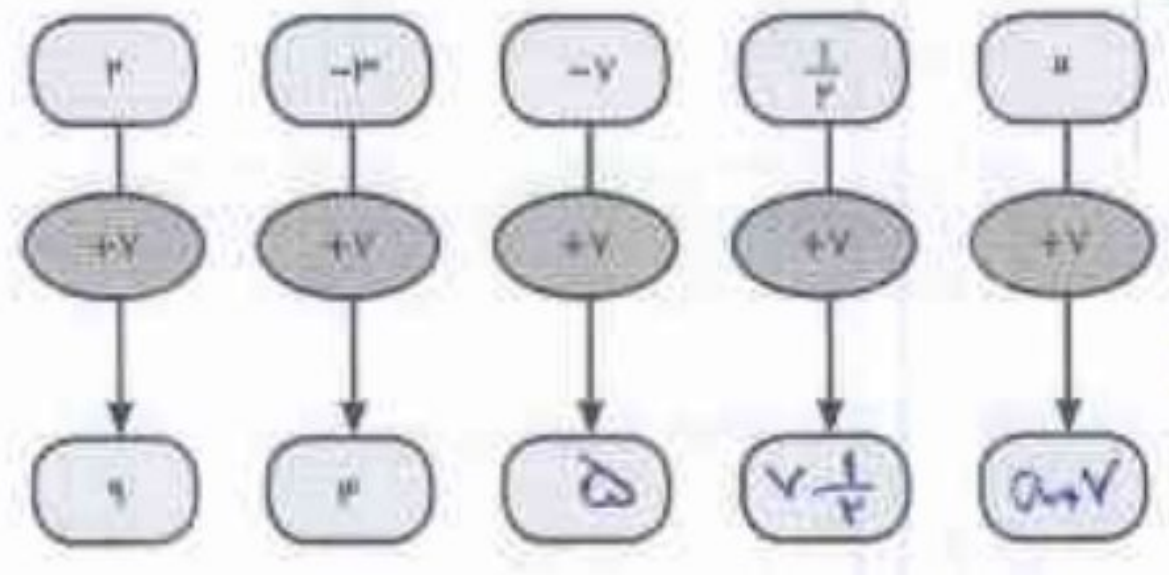
۱- در دبستان یا محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

مساحت $S = 2/14 \times r \times r = \pi r^2$
 محیط $p = 2 \times r \times 3,14 = 2\pi r$



اول کلامی بیان شود

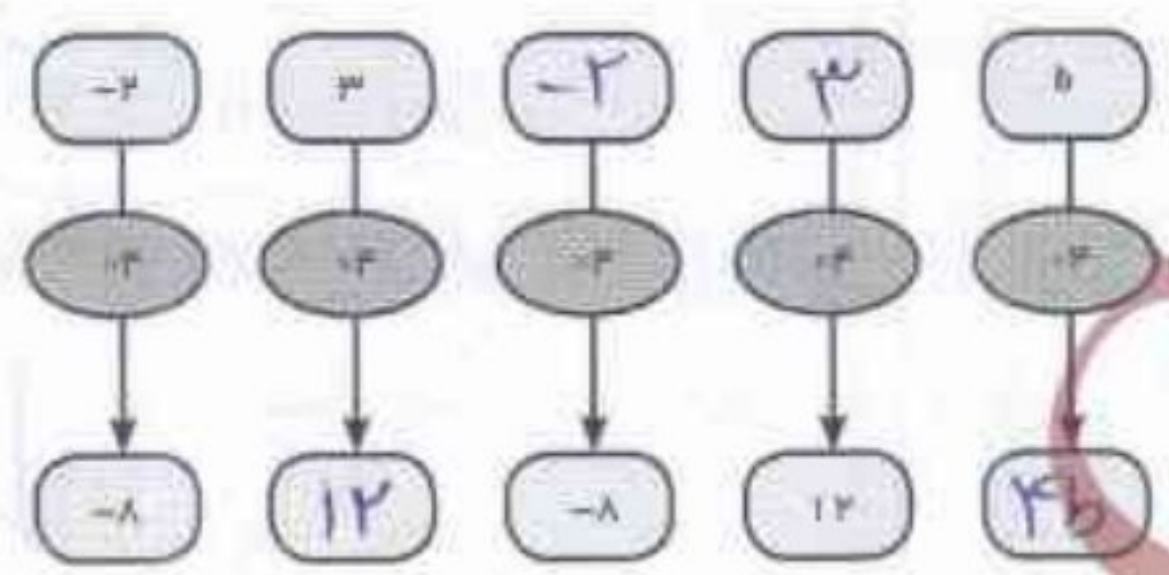
۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟



به فارسی توضیح دهید: هر عددی را علاوه‌ی ۷ می‌کنند، اعداد داخل کادر اول را ۷ واحد افزایش می‌دهد.

نمودارها را کامل کنید.

۳- این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟

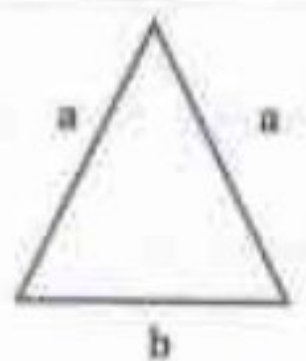


توضیح دهید: اعداد داخل کادر اول را در عدد چهار ضرب می‌کنند.

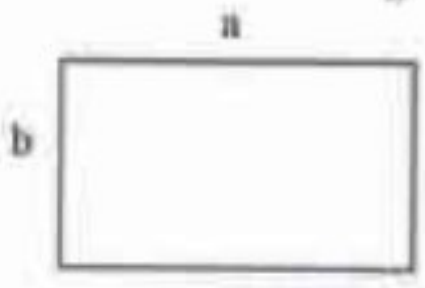
نمودارها را کامل کنید.

۴- جمله nام الگوهای عددها را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

$2n$ و و $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101, 103, 105, 107, 109, 111, 113, 115, 117, 119, 121, 123, 125, 127, 129, 131, 133, 135, 137, 139, 141, 143, 145, 147, 149, 151, 153, 155, 157, 159, 161, 163, 165, 167, 169, 171, 173, 175, 177, 179, 181, 183, 185, 187, 189, 191, 193, 195, 197, 199, 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213, 215, 217, 219, 221, 223, 225, 227, 229, 231, 233, 235, 237, 239, 241, 243, 245, 247, 249, 251, 253, 255, 257, 259, 261, 263, 265, 267, 269, 271, 273, 275, 277, 279, 281, 283, 285, 287, 289, 291, 293, 295, 297, 299, 301, 303, 305, 307, 309, 311, 313, 315, 317, 319, 321, 323, 325, 327, 329, 331, 333, 335, 337, 339, 341, 343, 345, 347, 349, 351, 353, 355, 357, 359, 361, 363, 365, 367, 369, 371, 373, 375, 377, 379, 381, 383, 385, 387, 389, 391, 393, 395, 397, 399, 401, 403, 405, 407, 409, 411, 413, 415, 417, 419, 421, 423, 425, 427, 429, 431, 433, 435, 437, 439, 441, 443, 445, 447, 449, 451, 453, 455, 457, 459, 461, 463, 465, 467, 469, 471, 473, 475, 477, 479, 481, 483, 485, 487, 489, 491, 493, 495, 497, 499, 501, 503, 505, 507, 509, 511, 513, 515, 517, 519, 521, 523, 525, 527, 529, 531, 533, 535, 537, 539, 541, 543, 545, 547, 549, 551, 553, 555, 557, 559, 561, 563, 565, 567, 569, 571, 573, 575, 577, 579, 581, 583, 585, 587, 589, 591, 593, 595, 597, 599, 601, 603, 605, 607, 609, 611, 613, 615, 617, 619, 621, 623, 625, 627, 629, 631, 633, 635, 637, 639, 641, 643, 645, 647, 649, 651, 653, 655, 657, 659, 661, 663, 665, 667, 669, 671, 673, 675, 677, 679, 681, 683, 685, 687, 689, 691, 693, 695, 697, 699, 701, 703, 705, 707, 709, 711, 713, 715, 717, 719, 721, 723, 725, 727, 729, 731, 733, 735, 737, 739, 741, 743, 745, 747, 749, 751, 753, 755, 757, 759, 761, 763, 765, 767, 769, 771, 773, 775, 777, 779, 781, 783, 785, 787, 789, 791, 793, 795, 797, 799, 801, 803, 805, 807, 809, 811, 813, 815, 817, 819, 821, 823, 825, 827, 829, 831, 833, 835, 837, 839, 841, 843, 845, 847, 849, 851, 853, 855, 857, 859, 861, 863, 865, 867, 869, 871, 873, 875, 877, 879, 881, 883, 885, 887, 889, 891, 893, 895, 897, 899, 901, 903, 905, 907, 909, 911, 913, 915, 917, 919, 921, 923, 925, 927, 929, 931, 933, 935, 937, 939, 941, 943, 945, 947, 949, 951, 953, 955, 957, 959, 961, 963, 965, 967, 969, 971, 973, 975, 977, 979, 981, 983, 985, 987, 989, 991, 993, 995, 997, 999, 1001, 1003, 1005, 1007, 1009, 1011, 1013, 1015, 1017, 1019, 1021, 1023, 1025, 1027, 1029, 1031, 1033, 1035, 1037, 1039, 1041, 1043, 1045, 1047, 1049, 1051, 1053, 1055, 1057, 1059, 1061, 1063, 1065, 1067, 1069, 1071, 1073, 1075, 1077, 1079, 1081, 1083, 1085, 1087, 1089, 1091, 1093, 1095, 1097, 1099, 1101, 1103, 1105, 1107, 1109, 1111, 1113, 1115, 1117, 1119, 1121, 1123, 1125, 1127, 1129, 1131, 1133, 1135, 1137, 1139, 1141, 1143, 1145, 1147, 1149, 1151, 1153, 1155, 1157, 1159, 1161, 1163, 1165, 1167, 1169, 1171, 1173, 1175, 1177, 1179, 1181, 1183, 1185, 1187, 1189, 1191, 1193, 1195, 1197, 1199, 1201, 1203, 1205, 1207, 1209, 1211, 1213, 1215, 1217, 1219, 1221, 1223, 1225, 1227, 1229, 1231, 1233, 1235, 1237, 1239, 1241, 1243, 1245, 1247, 1249, 1251, 1253, 1255, 1257, 1259, 1261, 1263, 1265, 1267, 1269, 1271, 1273, 1275, 1277, 1279, 1281, 1283, 1285, 1287, 1289, 1291, 1293, 1295, 1297, 1299, 1301, 1303, 1305, 1307, 1309, 1311, 1313, 1315, 1317, 1319, 1321, 1323, 1325, 1327, 1329, 1331, 1333, 1335, 1337, 1339, 1341, 1343, 1345, 1347, 1349, 1351, 1353, 1355, 1357, 1359, 1361, 1363, 1365, 1367, 1369, 1371, 1373, 1375, 1377, 1379, 1381, 1383, 1385, 1387, 1389, 1391, 1393, 1395, 1397, 1399, 1401, 1403, 1405, 1407, 1409, 1411, 1413, 1415, 1417, 1419, 1421, 1423, 1425, 1427, 1429, 1431, 1433, 1435, 1437, 1439, 1441, 1443, 1445, 1447, 1449, 1451, 1453, 1455, 1457, 1459, 1461, 1463, 1465, 1467, 1469, 1471, 1473, 1475, 1477, 1479, 1481, 1483, 1485, 1487, 1489, 1491, 1493, 1495, 1497, 1499, 1501, 1503, 1505, 1507, 1509, 1511, 1513, 1515, 1517, 1519, 1521, 1523, 1525, 1527, 1529, 1531, 1533, 1535, 1537, 1539, 1541, 1543, 1545, 1547, 1549, 1551, 1553, 1555, 1557, 1559, 1561, 1563, 1565, 1567, 1569, 1571, 1573, 1575, 1577, 1579, 1581, 1583, 1585, 1587, 1589, 1591, 1593, 1595, 1597, 1599, 1601, 1603, 1605, 1607, 1609, 1611, 1613, 1615, 1617, 1619, 1621, 1623, 1625, 1627, 1629, 1631, 1633, 1635, 1637, 1639, 1641, 1643, 1645, 1647, 1649, 1651, 1653, 1655, 1657, 1659, 1661, 1663, 1665, 1667, 1669, 1671, 1673, 1675, 1677, 1679, 1681, 1683, 1685, 1687, 1689, 1691, 1693, 1695, 1697, 1699, 1701, 1703, 1705, 1707, 1709, 1711, 1713, 1715, 1717, 1719, 1721, 1723, 1725, 1727, 1729, 1731, 1733, 1735, 1737, 1739, 1741, 1743, 1745, 1747, 1749, 1751, 1753, 1755, 1757, 1759, 1761, 1763, 1765, 1767, 1769, 1771, 1773, 1775, 1777, 1779, 1781, 1783, 1785, 1787, 1789, 1791, 1793, 1795, 1797, 1799, 1801, 1803, 1805, 1807, 1809, 1811, 1813, 1815, 1817, 1819, 1821, 1823, 1825, 1827, 1829, 1831, 1833, 1835, 1837, 1839, 1841, 1843, 1845, 1847, 1849, 1851, 1853, 1855, 1857, 1859, 1861, 1863, 1865, 1867, 1869, 1871, 1873, 1875, 1877, 1879, 1881, 1883, 1885, 1887, 1889, 1891, 1893, 1895, 1897, 1899, 1901, 1903, 1905, 1907, 1909, 1911, 1913, 1915, 1917, 1919, 1921, 1923, 1925, 1927, 1929, 1931, 1933, 1935, 1937, 1939, 1941, 1943, 1945, 1947, 1949, 1951, 1953, 1955, 1957, 1959, 1961, 1963, 1965, 1967, 1969, 1971, 1973, 1975, 1977, 1979, 1981, 1983, 1985, 1987, 1989, 1991, 1993, 1995, 1997, 1999, 2001, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013, 2015, 2017, 2019, 2021, 2023, 2025, 2027, 2029, 2031, 2033, 2035, 2037, 2039, 2041, 2043, 2045, 2047, 2049, 2051, 2053, 2055, 2057, 2059, 2061, 2063, 2065, 2067, 2069, 2071, 2073, 2075, 2077, 2079, 2081, 2083, 2085, 2087, 2089, 2091, 2093, 2095, 2097, 2099, 2101, 2103, 2105, 2107, 2109, 2111, 2113, 2115, 2117, 2119, 2121, 2123, 2125, 2127, 2129, 2131, 2133, 2135, 2137, 2139, 2141, 2143, 2145, 2147, 2149, 2151, 2153, 2155, 2157, 2159, 2161, 2163, 2165, 2167, 2169, 2171, 2173, 2175, 2177, 2179, 2181, 2183, 2185, 2187, 2189, 2191, 2193, 2195, 2197, 2199, 2201, 2203, 2205, 2207, 2209, 2211, 2213, 2215, 2217, 2219, 2221, 2223, 2225, 2227, 2229, 2231, 2233, 2235, 2237, 2239, 2241, 2243, 2245, 2247, 2249, 2251, 2253, 2255, 2257, 2259, 2261, 2263, 2265, 2267, 2269, 2271, 2273, 2275, 2277, 2279, 2281, 2283, 2285, 2287, 2289, 2291, 2293, 2295, 2297, 2299, 2301, 2303, 2305, 2307, 2309, 2311, 2313, 2315, 2317, 2319, 2321, 2323, 2325, 2327, 2329, 2331, 2333, 2335, 2337, 2339, 2341, 2343, 2345, 2347, 2349, 2351, 2353, 2355, 2357, 2359, 2361, 2363, 2365, 2367, 2369, 2371, 2373, 2375, 2377, 2379, 2381, 2383, 2385, 2387, 2389, 2391, 2393, 2395, 2397, 2399, 2401, 2403, 2405, 2407, 2409, 2411, 2413, 2415, 2417, 2419, 2421, 2423, 2425, 2427, 2429, 2431, 2433, 2435, 2437, 2439, 2441, 2443, 2445, 2447, 2449, 2451, 2453, 2455, 2457, 2459, 2461, 2463, 2465, 2467, 2469, 2471, 2473, 2475, 2477, 2479, 2481, 2483, 2485, 2487, 2489, 2491, 2493, 2495, 2497, 2499, 2501, 2503, 2505, 2507, 2509, 2511, 2513, 2515, 2517, 2519, 2521, 2523, 2525, 2527, 2529, 2531, 2533, 2535, 2537, 2539, 2541, 2543, 2545, 2547, 2549, 2551, 2553, 2555, 2557, 2559, 2561, 2563, 2565, 2567, 2569, 2571, 2573, 2575, 2577, 2579, 2581, 2583, 2585, 2587, 2589, 2591, 2593, 2595, 2597, 2599, 2601, 2603, 2605, 2607, 2609, 2611, 2613, 2615, 2617, 2619, 2621, 2623, 2625, 2627, 2629, 2631, 2633, 2635, 2637, 2639, 2641, 2643, 2645, 2647, 2649, 2651, 2653, 2655, 2657, 2659, 2661, 2663, 2665, 2667, 2669, 2671, 2673, 2675, 2677, 2679, 2681, 2683, 2685, 2687, 2689, 2691, 2693, 2695, 2697, 2699, 2701, 2703, 2705, 2707, 2709, 2711, 2713, 2715, 2717, 2719, 2721, 2723, 2725, 2727, 2729, 2731, 2733, 2735, 2737, 2739, 2741, 2743, 2745, 2747, 2749, 2751, 2753, 2755, 2757, 2759, 2761, 2763, 2765, 2767, 2769, 2771, 2773, 2775, 2777, 2779, 2781, 2783, 2785, 2787, 2789, 2791, 2793, 2795, 2797, 2799, 2801, 2803, 2805, 2807, 2809, 2811, 2813, 2815, 2817, 2819, 2821, 2823, 2825, 2827, 2829, 2831, 2833, 2835, 2837, 2839, 2841, 2843, 2845, 2847, 2849, 2851, 2853, 2855, 2857, 2859, 2861, 2863, 2865, 2867, 2869, 2871, 2873, 2875, 2877, 2879, 2881, 2883, 2885, 2887, 2889, 2891, 2893, 2895, 2897, 2899, 2901, 2903, 2905, 2907, 2909, 2911, 2913, 2915, 2917, 2919, 2921, 2923, 2925, 2927, 2929, 2931, 2933, 2935, 2937, 2939, 2941, 2943, 2945, 2947, 2949, 2951, 2953, 2955, 2957, 2959, 2961, 2963, 2965, 2967, 2969, 2971, 2973, 2975, 2977, 2979, 2981, 2983, 2985, 2987, 2989, 2991, 2993, 2995, 2997, 2999, 3001, 3003, 3005, 3007, 3009, 3011, 3013, 3015, 3017, 3019, 3021, 3023, 3025, 3027, 3029, 3031, 3033, 3035, 3037, 3039, 3041, 3043, 3045, 3047, 3049, 3051, 3053, 3055, 3057, 3059, 3061, 3063, 3065, 3067, 3069, 3071, 3073, 3075, 3077, 3079, 3081, 3083, 3085, 3087, 3089, 3091, 3093, 3095, 3097, 3099, 3101, 3103, 3105, 3107, 3109, 3111, 3113, 3115, 3117, 3119, 3121, 3123, 3125, 3127, 3129, 3131, 3133, 3135, 3137, 3139, 3141, 3143, 3145, 3147, 3149, 3151, 3153, 3155, 3157, 3159, 3161, 3163, 3165, 3167, 3169, 3171, 3173, 3175, 3177, 3179, 3181, 3183, 3185, 3187, 3189, 3191, 3193, 3195, 3197, 3199, 3201, 3203, 3205, 3207, 3209, 3211, 3213, 3215, 3217, 3219, 3221, 3223, 3225, 3227, 3229, 3231, 3233, 3235, 3237, 3239, 3241, 3243, 3245, 3247, 3249, 3251, 3253, 3255, 3257, 3259, 3261, 3263, 3265, 3267, 3269, 3271, 3273, 3275, 3277, 3279, 3281, 3283, 3285, 3287, 3289, 3291, 3293, 3295, 3297, 3299, 3301, 3303, 3305, 3307, 3309, 3311, 3313, 3315, 3317, 3319, 3321, 3323, 3325, 3327, 3329, 3331, 3333, 3335, 3337, 3339, 3341, 3343, 3345, 3347, 3349, 3351, 3353, 3355, 3357, 3359, 3361, 3363, 3365, 3367, 3369, 3371, 3373, 3375, 3377, 3379, 3381, 3383, 3385, 3387, 3389, 3391, 3393, 3395, 3397, 3399, 3401, 3403, 3405, 3407, 3409, 3411, 3413, 3415, 3417, 3419, 3421, 3423, 3425, 3427, 3429, 3431, 3433, 3435, 3437, 3439, 3441, 3443, 3445, 3447, 3449, 3451, 3453, 3455, 3457, 3459, 3461, 3463, 3465, 3467, 3469, 3471, 3473, 3475, 3477, 3479, 3481, 3483, 3485, 3487, 3489, 3491, 3493, 3495, 3497, 3499, 3501, 3503, 3505, 3507, 3509, 3511, 3513, 3515, 3517, 3519, 3521, 3523, 3525, 3527, 3529, 3531, 3533, 3535, 3537, 3539, 3541, 3543, 3545, 3547, 3549, 3551, 3553, 3555, 3557, 3559, 3561, 3563, 3565, 3567, 3569, 3571, 3573, 3575, 3577, 3579, 3581, 3583, 3585, 3587, 3589, 3591, 3593, 3595, 3597, 3599, 3601, 3603, 3605, 3607, 3609, 3611, 3613, 3615, 3617, 3619, 3621, 3623, 3625, 3627, 3629, 3631, 3633, 3635, 3637, 3639, 3641, 3643, 3645, 3647, 3649, 3651, 3653, 3655, 3657, 3659, 3661, 3663, 3665, 3667, 3669, 3671, 3673, 3675, 3677, 3679, 3681, 3683, 3685, 3687, 3689, 3691, 3693, 3695, 3697, 3699, 3701, 3703, 3705, 3707, 3709, 3711, 3713, 3715, 3717, 3719, 3721, 3723, 3725, 3727, 3729, 3731, 3733, 3735, 3737, 3739, 3741, 3743, 3745, 3747, 3749, 3751, 3753, 3755, 3757, 3759, 3761, 3763, 3765, 3767, 3769, 3771, 3773, 3775, 3777, 3779, 3781, 3783, 3785, 3787, 3789, 3791, 3793, 3795, 3797, 3799, 3801, 3803, 3805, 3807, 3809, 3811, 3813, 3815, 3817, 3819, 3821, 3823, 3825, 3827, 3829, 3831, 3833, 3835, 3837, 3839, 3841, 3843, 3845, 3847, 3849, 3851, 3853, 3855, 3857, 3859, 3861, 3863, 3865, 3867, 3869, 3871, 3873, 3875, 3877, 3879, 3881, 3883, 3885, 3887, 3889, 3891, 3893, 3895, 3$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.
 الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟ *چون باهم برابر هستند*



محیط = $P = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots$
 مساحت = $S = \dots a \dots \times \dots b \dots$

ب) محیط مثلث را به دست آورید.
 ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.

عرض × طول

۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ ۸ کارت چقدر می‌شود؟

$8 \times 10 + 300 = 380$
 $10n + 300$

تومان *هزینه‌ی چاپ n تا کارت چقدر می‌شود*

۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی را که او در یک هفته می‌خواند با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰/۰۰۰ هزار تومان و برای هر نفر ۱۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزان n است، با یک عبارت جبری بنویسید.



$1000 \times n + 200,000$
 $1000 \times \text{تعداد دانش‌آموزان} + 200,000$

۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

شماره‌ی عدد در مربع برابر با ضرب‌شماره

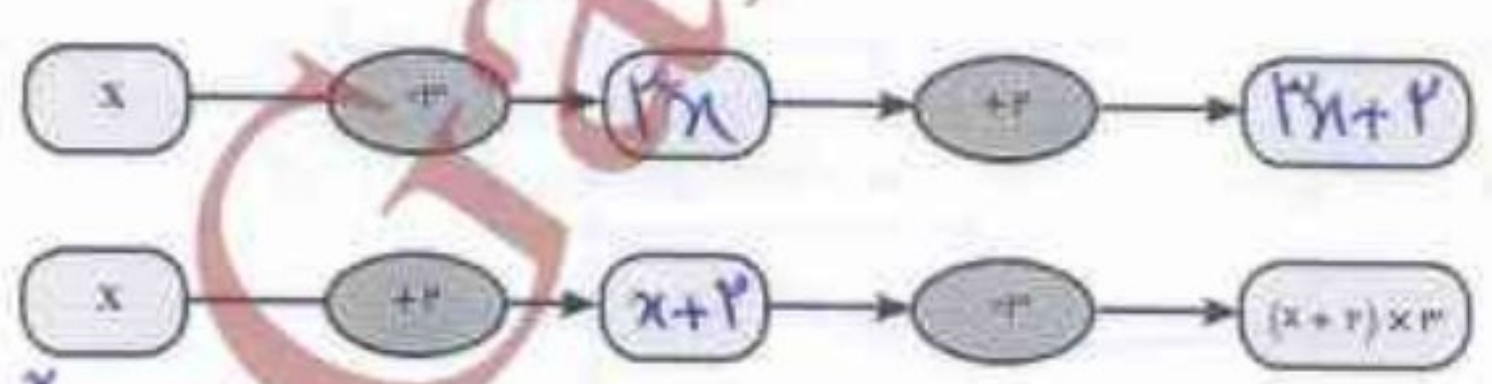


نابین $\rightarrow \frac{1}{n}$
 شماره‌ی شکل $\rightarrow \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$



۶- شکل n ام چند جوب کبریت خواهد داشت؟
 جوب کبریت‌ها سر تا سر تا اضافه شده است
 $1 + 3n = \text{شکل } n \text{ام}$

۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



x در عدد ۳ ضرب شد $x \times 3$
 حاصل $3x$ با عدد ۲ جمع شد است $3x + 2$

x (عدد مورد نظر)، با عدد دو جمع کردیم $x + 2$
 حاصل $(x+2)$ را در عدد سه ضرب کردیم $(x+2) \times 3$



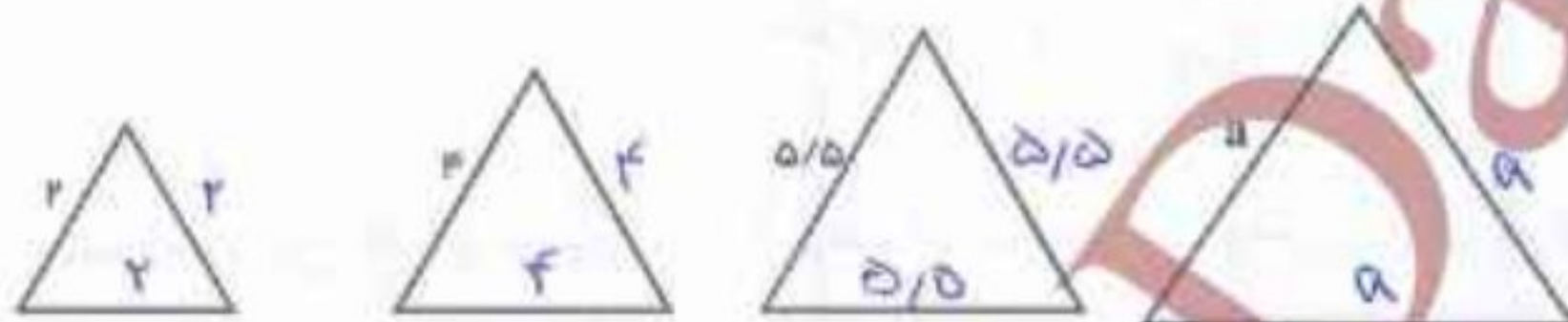
$$p = a + a + a + a + \dots$$

۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

در درس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$$a + a + a + a = 4a$$

۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2$$

۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.

$$p = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots =$$

$$p = 2a + b$$



$$p = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots + \dots b \dots =$$

$$p = 2a + 2b$$



چرا می توانیم a را با a جمع کنیم؟ چون هر دو از یک جنس هستند
آیا می توانیم a را با b جمع کنیم؟ خیر، چون از یک جنس نیستند

تعریف

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه هایی

از عبارت های جبری آورده شده است:

$$3x - 7 \text{ و } 5z \text{ و } m \times 5n \text{ و } 4 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت « \cdot » یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می شود و از نماد « \times » پرهیز

می گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « x » به عنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر

x و y را به صورت های مختلف نمایش داده ایم که همگی آنها، یکسان اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy \cdot x \cdot y \cdot x(y) \cdot (x)y \cdot (x)(y)$$

ضرب (و متغیر)

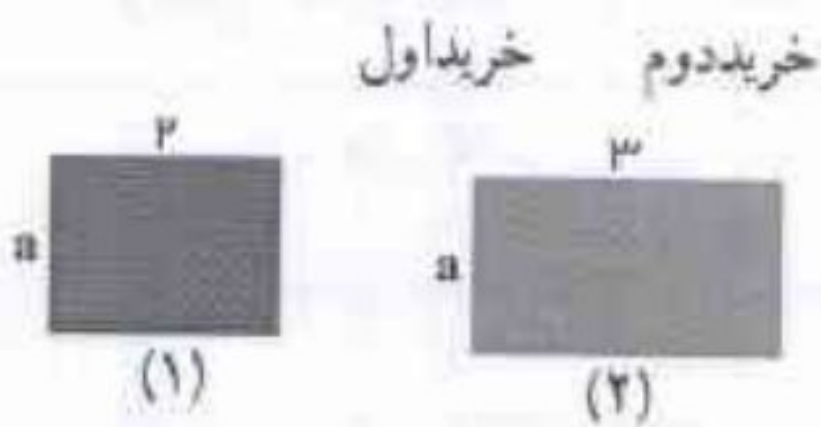
۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب: $5a$ قیمت ۷ گلابی: $7b$ قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی: $3a+2b$

اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

$3a + (2a + 4b) = (3a + 2a) + 4b$
 هزینه = $5a + 4b =$

*** چون سیب‌ها از دسترس می‌مانند پس باید جمع کردن می‌باشند**



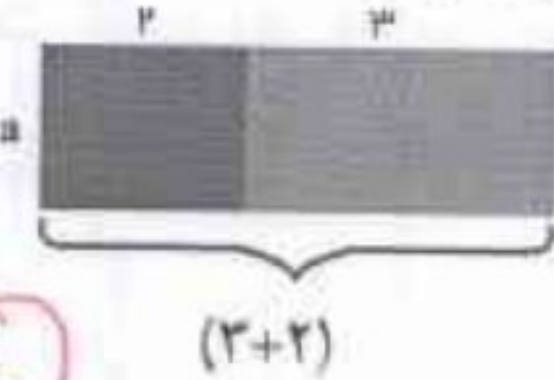
مساحت مستطیل (۱) $S_1 = 2a$ مساحت مستطیل (۲) $S_2 = 3a$

$S = S_1 + S_2 = 2a + 3a = 5a$

$(2+3)a = 2a + 3a$

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟

توزیع پذیری را نشان



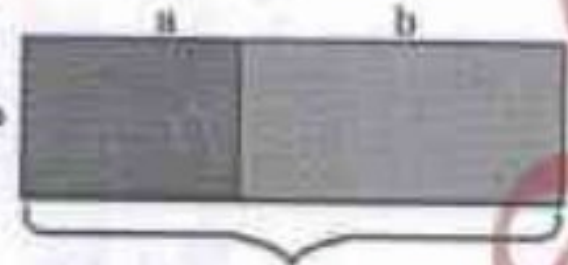
$S = (2+3)a = 5a$

چون عرض‌ها با هم برابرند پس مستطیلی به عرض a و طول $2+3$ داریم

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید. تساوی این است

۳- مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.

$5(a+b) = 5a + 5b$



$5a + 5b = 5(a+b)$

توزیع پذیری یا اکتوری است

آموزش با توزیع پذیری

توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون برانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت $2a, a, 3a, a, 5b$ یک جمله است. دو جمله $2a, a$ متشابه‌اند اما $3a$ و $5b$ متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های متشابه را با هم در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و تفریق یا یکدیگر، خاصیت شرکت پذیری ضرب و عدم اهمیت برانتز، $(ab)c, a(bc)$ الزامی است.

جمله متشابه

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$(3n+1) + (2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2$ $(4n-7) + (7n+4) = 4n-7+7n+4 = 11n-3$

$2a-8b+6a+6b = 9a-2b$ $7a+6a-2a+3b = a+3b$

$2x-6y+1-3x+2y+7 = x-4y+8$ $2x-4y+7-3x+2y+1 = -x-2y+8$

۴۸

جمله اول

$2x + (-6y) + 1 + (-3x) + 2y + 7$

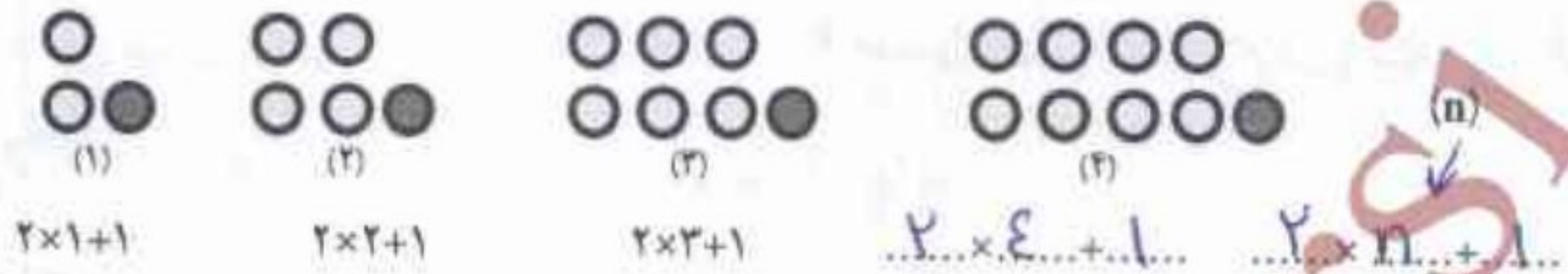
(اصناف کردن علامت جمع)

$(2x + (-3x)) + ((-6y) + 2y) + (1+7)$

دسته بندی

$x + (-4y) + 8 = x - 4y + 8$

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل n را بنویسید.

ب) تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید. $10 \times 2 + 1 = 21$

۲- اگر جمله nام یک الگو $2n-5$ باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت $2n-7$ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

n	۱	۳	۰	۸	-۵	-۷	$\frac{۳}{۲}$
$2n-7$	$2 \times 1 - 7 = -5$	-1	-7	9	-17	-21	-4

$$\begin{aligned} 2 \times \frac{3}{2} - 7 \\ = 3 - 7 \\ = -4 \end{aligned}$$

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه $p = 4a$ را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

$$p = 4 \times 5 = 20$$

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



$$\begin{aligned} 2x - 5 \\ \downarrow \\ 2 \times 3 - 5 = 6 - 5 \\ = 1 \end{aligned}$$

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$\begin{aligned} a - (a - 2b) \quad a = 5 \quad b = 3 \\ 5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6 \end{aligned}$$

اولیها یا را در پی
شود

MATH-HOME.IR

کاربر نامی

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $t=6, s=3$ محاسبه کرده اند. کدام یک پاسخ را درست به دست آورد است؟ دلیل خود را بنویسید.

استفاده از ماشین حسابهای علمی

حسن ابتدا جمع را انجام داد
در صورتی که تقسیم مقدم است

$$3(6+27 \div 3) = 3(6+9) = 3 \times 15 = 45 \checkmark$$

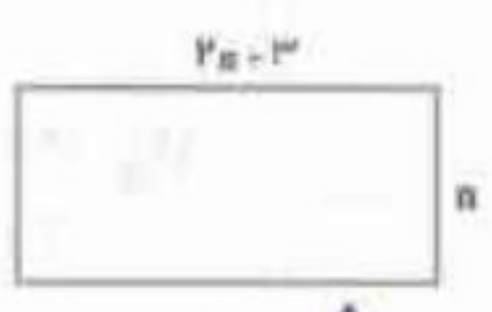
الویتها رعایت نشده است

حسن ابتدا جمع را انجام داد
در صورتی که تقسیم مقدم است

$$3(6+27 \div 3) = 3 \times (33 \div 3) = 3 \times 11 = 33 \times$$

است

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $a=2$ به دست آورید.

$$\frac{2a-1}{1+2a} = \frac{4-1}{1+4} = \frac{3}{5}$$


۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید

ب) اگر $n=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

$$4 \times (2 \times 4 + 3) = 4 \times 11 = 44$$

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$x(yxy-8) \div 12 = 3 \times (4 \times 3 \times 4 - 8) \div 12 = 3 \times 44 \div 12 = 11$$

نکته: در انجام تقسیم و ضرب الویت از دست ندهید

چپ است

فعالیت

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y) = 3(4-9)-5(2-6) = -15+20 = 5$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عدد های داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y) = 6x-9y-5x+10y = x+y = 2+3 = 5$$

از مقایسه جواب ها چه نتیجه ای می گیرید؟ برای سادگی کار من کوآنیم ابتدا عبارت های

جبری را ساده نویسی (مختصر نویسی) کنیم سپس حاصل را بدست آوریم



۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام

$$۷۰۰۰k + ۲۰۰۰s$$

۲۰۰۰ تومان خریداری می کند.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید. $۷۰۰۰ \times ۳ + ۲۰۰۰ \times ۹ = ۲۱۰۰۰ + ۱۸۰۰۰ = ۳۹۰۰۰$

ب) اگر سارا ۳ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب های خطی و چاپی

دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب های قرن های دوم

تا هفتم هجری) نگهداری می کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه چاپی در این کتابخانه

نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم و از هر نسخه چاپی یک میکروفیلم تهیه

شده باشد، تعداد کل میکروفیلم ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

$$2m + n$$

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل

$$۲ \times ۱۰۰۰ + ۵۰۰۰ = ۷۰۰۰$$

میکروفیلم ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت های جبری را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$m + (n-1)(n-1) \quad m=3 \quad n=-4 \quad -6x + y(x-y) \quad x=8 \quad y=1$$

$$3 + (-4-1)(-4-1) = 3 + 25 = 28 \quad -6 \cdot 8 + 1(8-1) = -48 + 7 = -41$$

a	۲	-۵	$\frac{۲}{۳}$
a+۲	۹	۲	$\frac{۳}{۴} + ۷ = ۷\frac{۳}{۴}$

b	۳	-۳	۰	$\frac{1}{۲}$
-۳b+۲	-۵	۱۳	۴	$۵\frac{1}{۲}$

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش آموزان پایه هفتم را جهت بازدید از شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطار

برای هر دانش آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

$$۳۰۰۰۰a$$

الف) هزینه خرید بلیط برای a دانش آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانش آموزان چقدر باید بردارند؟

$$۳۰۰۰۰ \times ۱۲۰ = ۳,۶۰۰,۰۰۰$$

۵- مقدار عددی عبارت های جبری را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y+7x-2(2x-y+3) \\ = 11x-3y-4x+2y-6 \\ = 7x-y-6 \\ = 7 \cdot 1 - 2 - 6 \\ = 7 - 2 - 6 \\ = 5 - 6 \\ = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1/7 \\ y=-5/6 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(x-3y+1) - (2x-6y-2) \\ = 2x-6y+2-2x+6y+2 \\ = 4 \end{cases}$$





فعالیت

کلامی: چون P محیط است ۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

$p = 4a$ در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟ چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟

نصاع مربع

$4a = 12$ این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم ببینیم پاسخ رابطه $6n + 7 = 37$ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای این کار به جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵ ✓	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$	$24 + 7 \neq 37$	$30 + 7 = 37$	$34 + 7 \neq 37$

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟
پاسخ معادله چیست؟
عدد $n = 5$

تعریف معادله

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می شود. برای مثال $4n = 12$ و $6n = 37$ معادله هستند. جواب های معادله همان بعضی از عددها هستند که تساوی عددی را برقرار می کنند.

کار با کلام

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$8x - 7 = 17$
 $x = 3$

$5(x + 2) = 40$
 $x = 4$

$x \times x = 4$
 $x = 2$

$x = -2$

وقت استور

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟ خیر زیرا طولامن است

و خیلی اوقات رسیدن به جواب غیر ممکن است

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$\begin{array}{l} 4=4 \\ \downarrow +3 \\ 4+3=4+3 \end{array}$	$\begin{array}{l} 4=4 \\ \downarrow -7 \\ -7+4=-7+4 \end{array}$	$\begin{array}{l} 4=4 \\ \downarrow +1/5 \\ 4+1/5=4+1/5 \end{array}$	$\begin{array}{l} 4=4 \\ \downarrow -\frac{2}{3} \\ 4+(-\frac{2}{3})=4+(-\frac{2}{3}) \end{array}$
--	--	--	--

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ می‌توانیم مقدار دوجوانی را به دو طرف معادله اضافه کنیم

$$a = b \implies a + c = b + c$$

تقسیم هم لقمه شود

۲- دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟ اصلاح شود

$\begin{array}{l} 8=8 \\ \downarrow \times 2 \\ 2 \times 8 = 2 \times 8 \end{array}$	$\begin{array}{l} 8=8 \\ \downarrow \times (-2) \\ 8 \times (-2) = 8 \times (-2) \end{array}$	$\begin{array}{l} 8=8 \\ \downarrow \times 1/5 \\ 8 \times (1/5) = 8 \times 1/5 \end{array}$	$\begin{array}{l} 8=8 \\ \downarrow \times \frac{3}{4} \\ 8 \times \frac{3}{4} = 8 \times \frac{3}{4} \end{array}$
--	---	--	--

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ دو طرف یک تساوی را می‌توانیم در عدد دلخواهی ضرب کنیم

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

بهتر است هر مرحله را توضیح دهد

$$\begin{aligned} 2x-1 &= 7 \\ +1 \downarrow & \quad 2x-1+1=7+1 \rightarrow 2x=8 \\ \times \frac{1}{2} \downarrow & \quad \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 8 \rightarrow x=4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x-1 &= 7 \\ +1 & \quad 2x-1+1=7+1 \Rightarrow 2x=8 \\ \Rightarrow & \quad 2x=8 \\ \Rightarrow & \quad \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 8 \\ \Rightarrow & \quad x=4 \end{aligned}$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x-1=7 \rightarrow 2x=7+1=8 \rightarrow x=\frac{8}{2}=4$$

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$-8=2x+4 \implies x=-6$	$9=4x-7 \implies x=4$
$2x-4=x \implies x=4$	$3+4x=11 \implies x=2$
$2x-2=x \implies x=2$	$x-6=10 \implies x=16$

اصلاح شود

مقدار x را از دو طرف برداریم

$$\begin{aligned} 2x-4 &= x \\ \Rightarrow 2x-4-x &= x-x \\ \Rightarrow x-4 &= 0 \\ \Rightarrow x-4+4 &= 0+4 \\ \Rightarrow x &= 4 \end{aligned}$$

به دو طرف مقدار 4 واحد اضافه می‌کنیم

$$1m + 400 = 4000 \Rightarrow 1m = 3600 \Rightarrow m = 3600 \text{ تومان} \quad (3)$$

$$12x + 3/4 = 30 \Rightarrow 12x = 29.75 \Rightarrow x = 2.48 \text{ متر} \quad (4)$$

$$(x-2) + x + (x+2) = -42 \Rightarrow x = -14 \quad (1)$$

عدد زوج است

فصلین

همان طور که در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را آموخته اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری 100 عدد گل بنفشه را در باغچه ای به مساحت 6 متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم 4 متر گل تا اضافه آورد او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

x: تعداد بنفشه ها در هر متر مربع (انتخاب مجهول) خواسته مسئله:

$$4x + 4 = 100$$

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله):

$$4x = 100 - 4 = 96$$

(حل معادله):

$$x = 96 \div 4 = 24$$

اصلاح شود

فصلین

1- معادله های زیر را حل کنید. $x = 4$

1) $2x - 3 = -9 \Rightarrow x = -3$ 2) $3x + 5 = 14 \Rightarrow x = 3$ 3) $2x - 2 = 10 \Rightarrow x = 6$ 4) $2x + 7 = 1 \Rightarrow x = -3$

5) $7 + 2x = -8 \Rightarrow x = -7.5$ 6) $3x - 1 = 10 \Rightarrow x = 11/3$ 7) $2x - 4 = x - 3 \Rightarrow x = 1$ 8) $x - 1 + 3x = 6x - 7 \Rightarrow x = 3$

2- فاطمه کتاب داستانی را در 6 ساعت مطالعه کرد و 10 صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب 100 صفحه داشته باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

$$4x + 10 = 100 \Rightarrow x = 22.5$$

3- محسن برای خرید 8 مداد 4000 تومان به فروشنده داد و 400 تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

4- از یک توب پارچه 30 متری 12 دست کت و شلوار دوخته شده و 3/6 متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

$$-\frac{1}{3} - \frac{-1}{2} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{-2+3}{6} = \frac{1}{6}$$

5- آیا $x=2$ جواب معادله $\frac{x-4}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6}$ است؟ چرا؟

6- آیا $x=-3$ جواب معادله $x \times x - 3x = 0$ است؟ چرا؟ $(-3) \times (-3) - 3 \times (-3) = 9 + 9 = 18 \neq 0$ **خیر**

7- احمد و بهمن 36 جلد کتاب را صحافی کردند. احمد 6 جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟

$$x + (x+4) = 36 \Rightarrow x = 16$$

احمد = 21
بهمن = 15

حل سه تمرین زیر برای همه دانش آموزان الزامی نیست.

8- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن 42- شود.

$$-14, -14, -12 \quad \text{جواب}$$

9- دو عدد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر 19 گردد.

$$x + (x+1) = 19 \Rightarrow x = 9$$

10- چهار عدد صحیح فرد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد 80- گردد.

$$x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = -80$$

$$4x = -80 - 12 = -92$$

$$x = -23$$

$$(-23) + (-21) + (-17) + (-17) = -80$$

حل سوال ۴ = $\Rightarrow x = \frac{3500 \times 1/8}{14 \times 1/45} = 1000$ در هر روز باید بسوزاند

روش دوم $\Rightarrow y = 14000$ کالری باید بسوزاند

میزان کالری که در ۲ روز باید بسوزاند $\Rightarrow x = 1000$

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

الگوی عددی ■ عبارت جبری ■ متغیر ■ جملات متشابه ■ معادله

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

- نوشتن جمله nام یک الگو
- تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری
- نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری
- ساده کردن عبارت‌های درسی با جمع و تفریق جملات متشابه
- مفهوم معادله و جواب معادله
- پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن
- تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله
- پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری

- ضرب عدد در پرانتز
- ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری
- روش حل معادله
- راه تست

$-\frac{8}{4} = -2$

۱، -۱، -۲، -۳، -۵

کاربرد

مهم‌ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفاده زیادی برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- مقدرا عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ پیدا کنید.

$3(2x - y + 1) - 4x + y - 2 - (2x - y - 7) = 6x - 3y + 3 - 4x + y - 2 - 2x + y + 7$
 $-y + 7 = -2 + (-1) = -3$

$2x - 2x + 2(x + 2) = 14 \Rightarrow -x + 2x + 4 = 14 \Rightarrow x = 10$

۲- چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها ۸- شود. $4x = -20 \Rightarrow x = -5$

۳- شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۱/۴۵ کیلوگرم از وزنش خود را کم می‌کند. میزان کالری ای که فرد باید در هر روز

بسوزاند تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

۴- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد. $2x - 1 = 7$

۵۶ عددی را پیدا کنید که اگر در دو برابر آن یک واحد کنیم حاصل برابر ۷ می‌شود

۱- چهار عبارت جبری و چهار عبارت کلامی در زیر نوشته شده است. مشخص کنید که هر کدام از عبارات جبری

فوق، مربوط به کدام عبارت کلامی است:

الف) پنج مقدار بیشتر از n $n+5$
 ب) چهار برابر تفاضل y و 3 $4(y-3)$
 ج) یک سوم عدد 19 $\frac{19}{3}$
 د) حاصل ضرب x و y تقسیم بر 3 $\frac{xy}{3}$
 (i) $\frac{19}{3}$ (ii) $4(y-3)$ (iii) $\frac{xy}{3}$ (iv) $n+5$

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

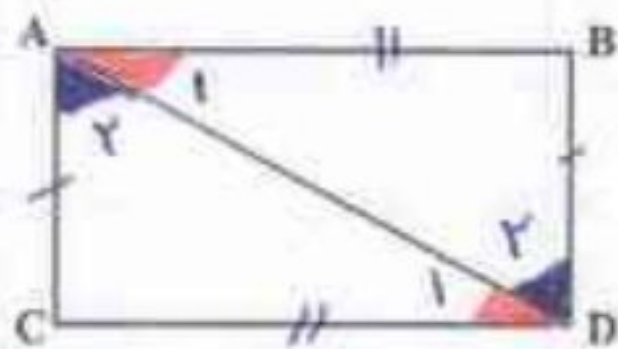
$$\begin{aligned} -12 + 12 + 3 &= 3 \\ -8 + 12 - 4 &= 0 \\ 5f + 8f + 4 + 1 - f - 9 &= 23f - 5 \\ -4(x+1) + 2(x+1) &= -2x - 2 \end{aligned}$$

۳- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned} 2a + 7 + 2a - 5a - 10 &= a - 3 \\ -6(y+x-1) + 2(1-x-y) &= -9y - 4x - 15 \end{aligned}$$

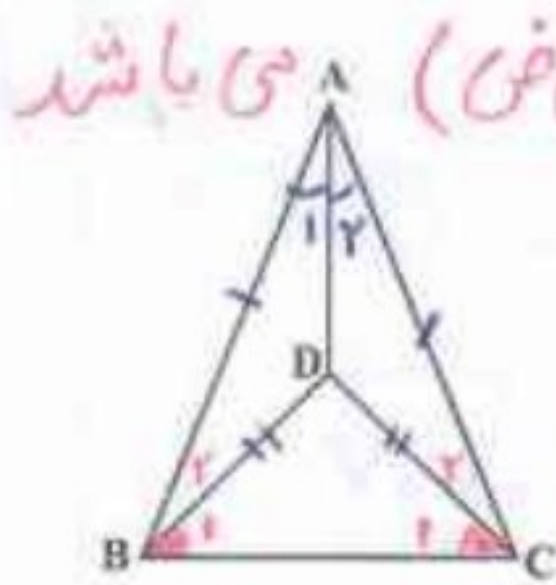
۴- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که وترش 5 سانتی متر و یک زاویه آن 30° باشد. در کدام حالت از رسم مثلث

استفاده کرده اید؟



۵- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} AC = DB \\ DC = AB \\ \hat{C} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \text{فرض} &\Rightarrow \triangle ABD = \triangle DCA \quad (1) \\ \left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{D}_2 = \hat{A}_2 \\ AD = AD \end{array} \right\} \text{فرض} &\Rightarrow \triangle ABD = \triangle DCA \quad (2) \end{aligned}$$



۶- در شکل مقابل $AC = AB$ و $DC = BD$ است. چرا AD نیمساز زاویه A است؟

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} AB = AC \\ BD = CD \\ AD = AD \end{array} \right\} \text{فرض} &\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD \text{ نیمساز است} \\ \left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{B}_1 = \hat{C}_1 \\ AB = AC \end{array} \right\} \text{فرض} &\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD \text{ نیمساز است} \end{aligned}$$

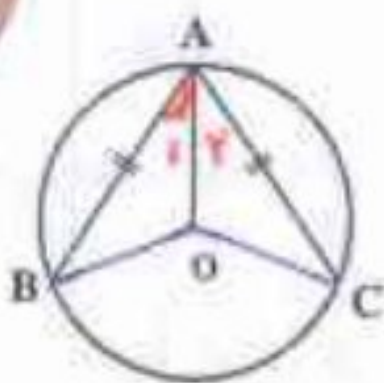


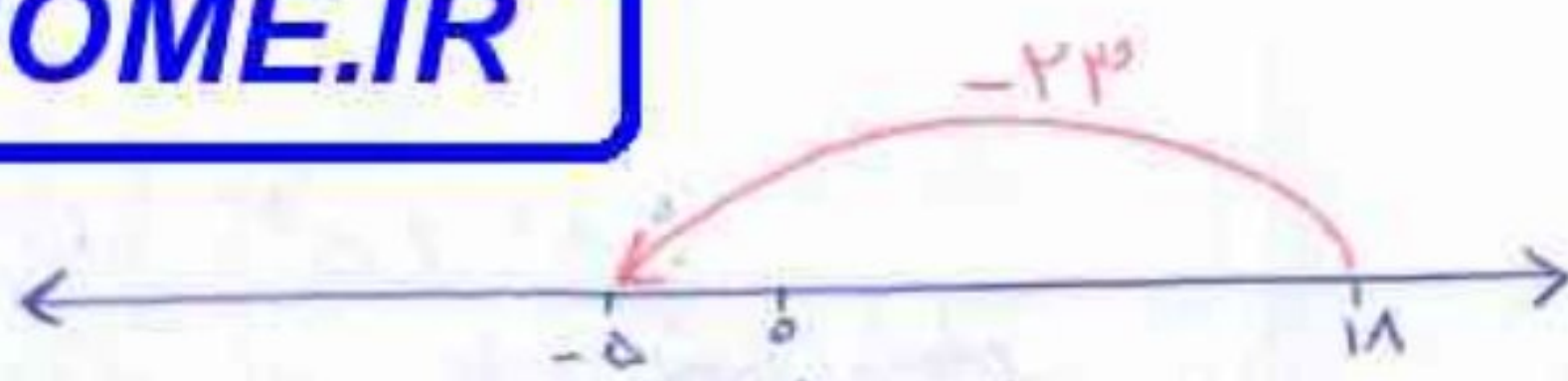
۷- با توجه به شکل دلیل تساوی دو پاره خط AB و DC و همچنین دو پاره خط OB و OC را بنویسید.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ OA = OD \end{array} \right\} \text{فرض} &\Rightarrow \triangle OAB = \triangle ODC \quad (\text{O مرکز دایره است}) \\ \text{اجزاء متناظر} &\Rightarrow AB = DC \\ &\Rightarrow OB = OC \end{aligned}$$

۸- می دانیم $AC = AB$ است؟ چرا OA نیمساز زاویه A است؟

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ OA = OA \\ OB = OC \end{array} \right\} \text{فرض} \Rightarrow \triangle OAB = \triangle OAC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$



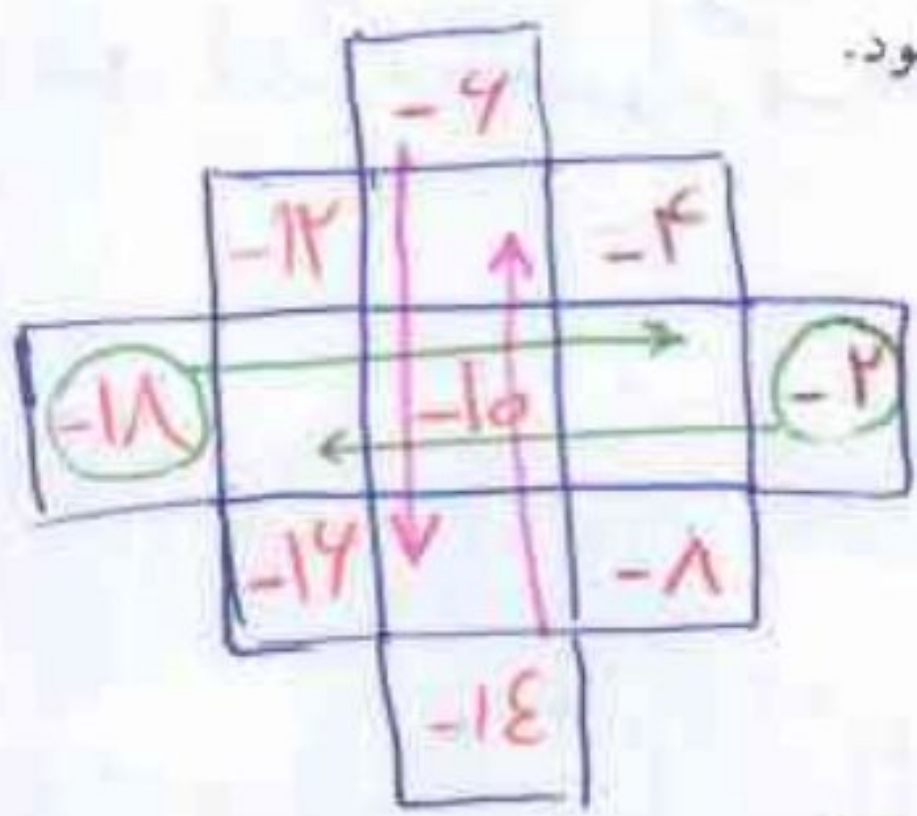


دمای هوای بیرون -5 $-23 = +18$

۹- در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق $+18$ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را

از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: هوای بیرون 23 درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟

۱۰- جدول زیر را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر -30 شود.



-12	-14	-4	$= -30$
-2	-10	-18	$= -30$
-14	-6	-8	$= -30$
-30	-30	-30	$= -30$

$-2, -6, -8, -12, -14, -18$

۱۱- یک ماشین عددها ساز با قانون زیر کار می کند.

«عدد ورودی را در $+3$ ضرب کن و حاصل را با -7 جمع کن»

با وارد کردن عدد $+2$ به این دستگاه چه عددی خارج می شود؟

$3x + (-7) = -1$
 $3x - 7 = -1 \Rightarrow x = 2$

اصلاح

اگر عدد خارج شده 5 باشد، چه عددی وارد دستگاه شده است؟

$-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \dots + 49 + 50 =$

$(-1+2) + (-3+4) + \dots + (-49+50) = 25$

۱۲- حاصل عبارت روبه رو را به دست آورید.

علامت... یعنی عبارت به همین ترتیب ادامه پیدا می کند.

۱۳- با کارت های عدد به صورت $6, 4, 2, 0, -2, -4, -6$ جاهای خالی را کامل

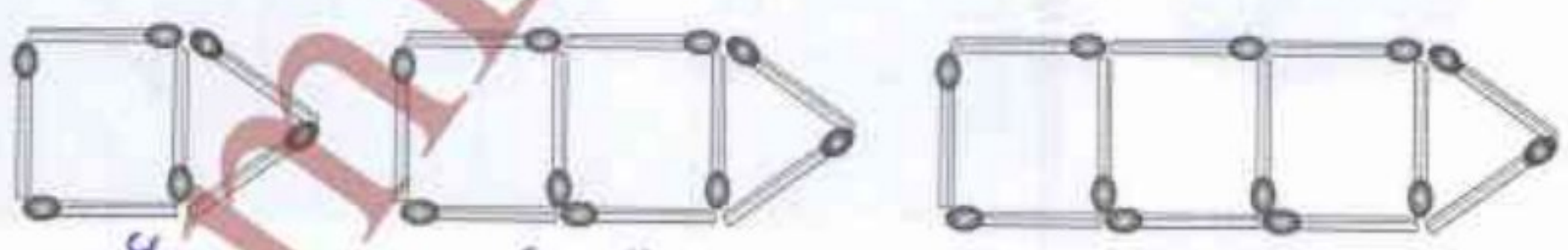
کنید.

$4 \dots + (-1) \dots = 5$ $(-7) \dots + 8 \dots = 3$ $(-5) \dots + 8 \dots = -1$

بیشترین مقدار ممکن $8 \dots + 0 \dots + 6 \dots =$ کمترین مقدار ممکن $-7 \dots + (-5) \dots + (-3) \dots =$

$(-7) \dots + 6 \dots = -1$

۱۴- با توجه به الگویی که در ساختن شکل های زیر است، تعداد چوب کبریت های لازم برای شکل n ام را پیدا کنید.

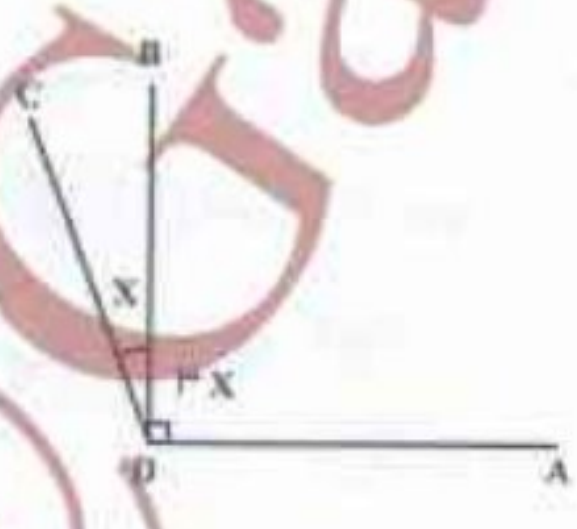


4
 $4 + 3$
 $3 + 3 + 3$

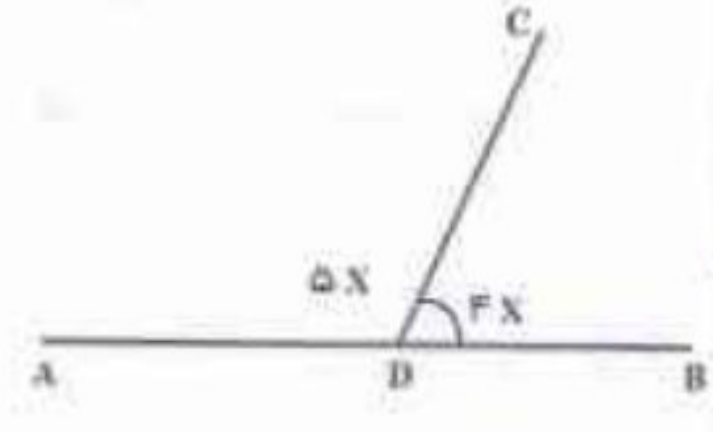
$4 + 3 + 3$
 $3 + 3 + 3 + 3$

$3n + 3$

$3(n+1)$



$3x = 90$
 $x = 30$



$9x = 180$
 $x = 20$

۱۵- مقدار x را بدست آورید

اصلاح 58

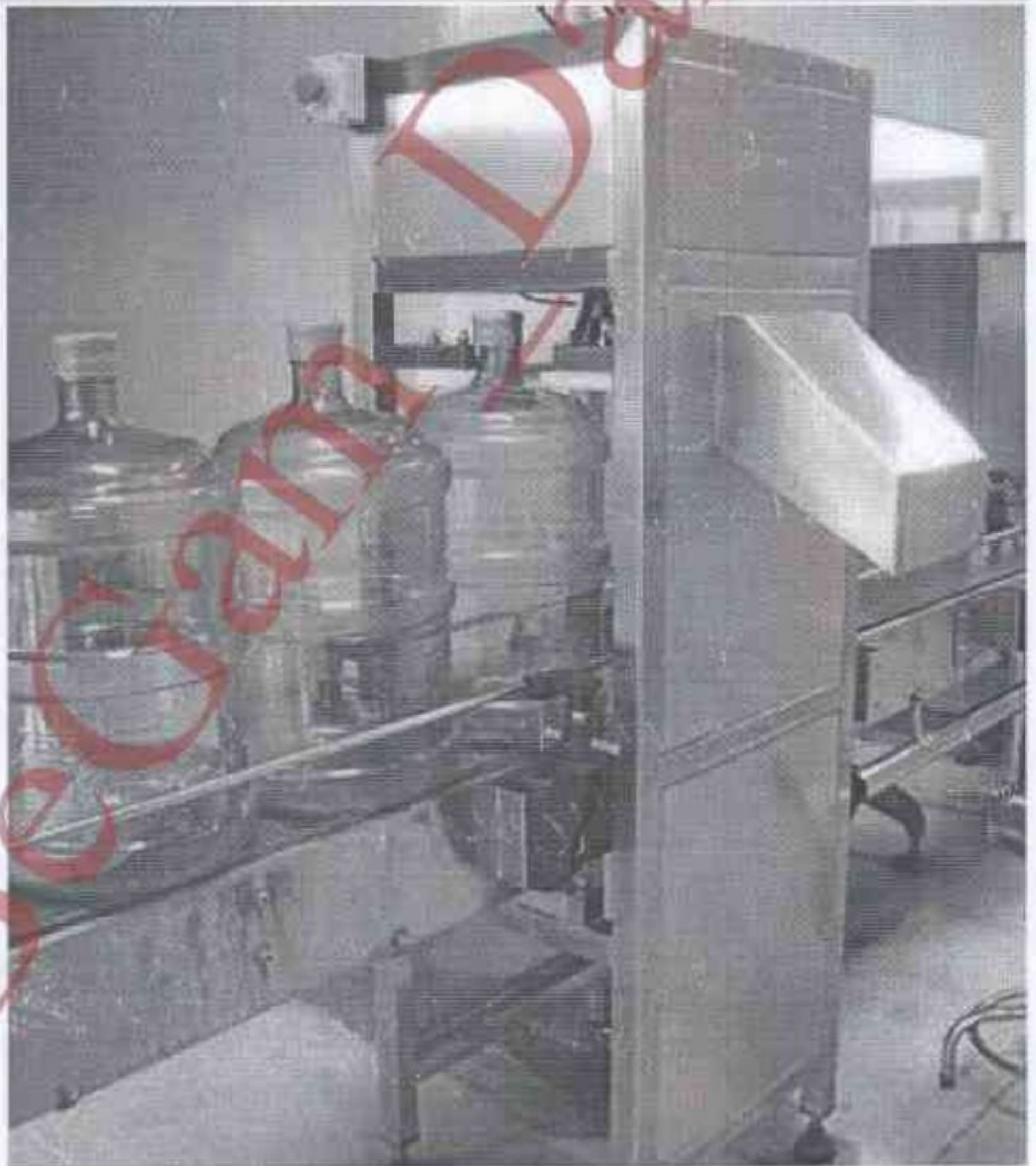




سطح و حجم

- ۱- انواع حجم هندسی را تشخیص دهد
- ۲- مساحت و ویژگی های حجم های منشوری را بداند
- ۳- گسترده های حجم های منشوری را تشخیص دهد
- ۴- مساحت جانبی و کل بدنه منشور را بتواند حساب کند
- ۵- در زندگی بتواند به منشور است

فصل ۵



- حجم های هندسی
- محاسبه حجم های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- حجم و سطح

اهمیت بسته بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آن محصول نیست. برای مثال در بسته بندی شیرینی و شکلات کیفیت و ظاهر بسته بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته بندی ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح می تواند به وجود آورد.



هر جسم ماری سه بعدی است و حجم دارد



فعالیت

۱- به اطراف خود (کلاس - خانه - خیابان و ...) به دقت نگاه کنید.

آیا چیزی پیدا می کنید که حجم نداشته باشد؟

در تصویر مقابل چه نوع حجم هایی را می بینید؟
 کره - استوانه - مخروط - مکعب - هرم

آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟

آیا می توانید یک طبقه بندی از انواع حجم ها ارائه کنید؟

شکل هندسی نظم دارد

۱- کره
 ۲- منشوری
 ۳- هرمی

حجم ها را می توان به دو دسته هندسی و غیر هندسی تقسیم کرد. حجم های هندسی شکل های مشخص و تعریف شده دارند. حجم های هندسی را می توان به سه دسته تقسیم کرد: منشوری - کره - هرمی. برخی از حجم های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

فعالیت

۱- در تصویر فعالیت بالا حجم های هندسی را با v و غیر هندسی را با x مشخص کنید.

در حجم های هندسی نوع آن را تعیین کنید.

در حجم های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم هایی ساخته شده اند.

۲- با توجه به شکل های زیر خصوصیت های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم های منشوری: دو قاعده ی مساری دارند - قاعده ها موازی اند - سطح جانبی مستطیل می باشد

حجم های هرمی: یک قاعده دارند - وجوه جانبی مثلث می باشند - این شکل ها در راس مشترک می باشند

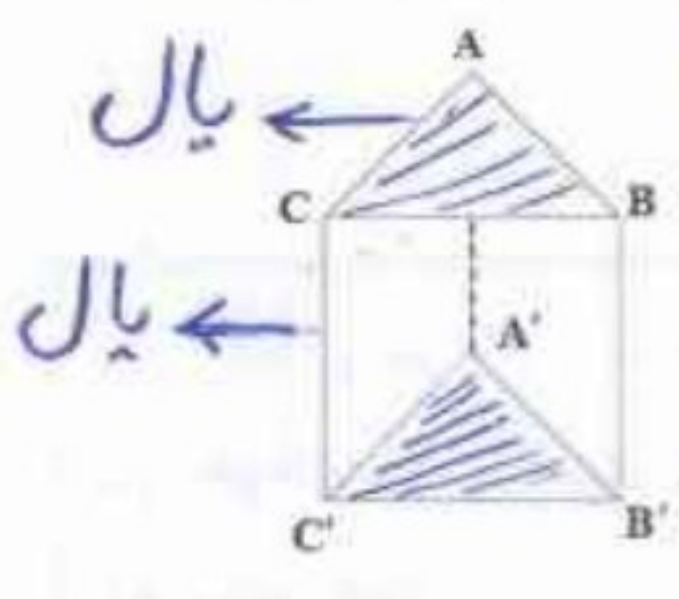

حجم های کره: قاعده ندارند - ضلع ندارند - گرد هستند

اصلاح شود

نقشه: به وجه‌های بال و پایین قاعده و به وجه اطراف و وجه جانبی گوئیم

حجم‌های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.
 به دو سطح بالا و پایین آن قاعده و به سطح‌های اطراف آن وجه جانبی، و به محل برخورد هر دو سطح بال و به نقطه برخورد هر سه سطح رأس می‌گویند.

۱- در هر یک از منشورهای زیر مشخص کنید چند وجه دارد؛ بال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.

 <p>تعداد وجه‌های جانبی: ۳ رأس‌ها: ۶ بال‌ها: ۹ قاعده‌ها: ۲</p> <p>منشور سه پهلو</p>	 <p>تعداد وجه‌های جانبی: ۴ رأس‌ها: ۸ بال‌ها: ۱۲ قاعده‌ها: ۲</p> <p>منشور چهار پهلو</p>
--	---

 <p>تعداد وجه‌های جانبی: ۶ رأس‌ها: ۱۲ بال‌ها: ۱۸ قاعده‌ها: ۲</p> <p>منشور پنج پهلو</p>	 <p>تعداد وجه‌های جانبی: ۵ رأس‌ها: ۱۰ بال‌ها: ۱۵ قاعده‌ها: ۲</p> <p>منشور شش پهلو</p>
--	---

اشکال چایی

- برای اینکه در نام بردن بال و رأس چیزی جا نیفتند، از چه راهبردی استفاده می‌کنید؟ (جدول تقاطع دار)
- اگر تعداد ضلع‌های قاعده منشور خیلی زیاد شود، به چه شکلی نزدیک می‌شود؟
- استوانه چند بال دارد؟ چند رأس؟ قاعده آن به چه شکلی است؟

رست و درستی

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند



شکل‌های زیر آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید، اثر آن به چه شکلی است؟

همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می‌توانید منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار مقطع زدن می‌گویند.

نرم افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت تمایل آنها را به کار ببرید.

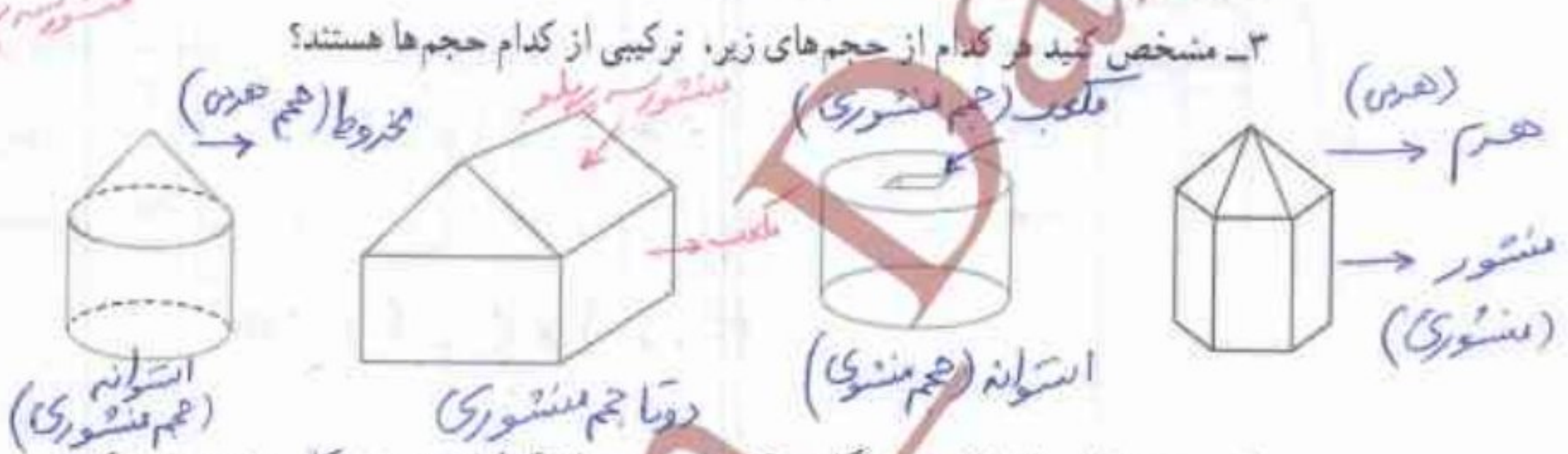
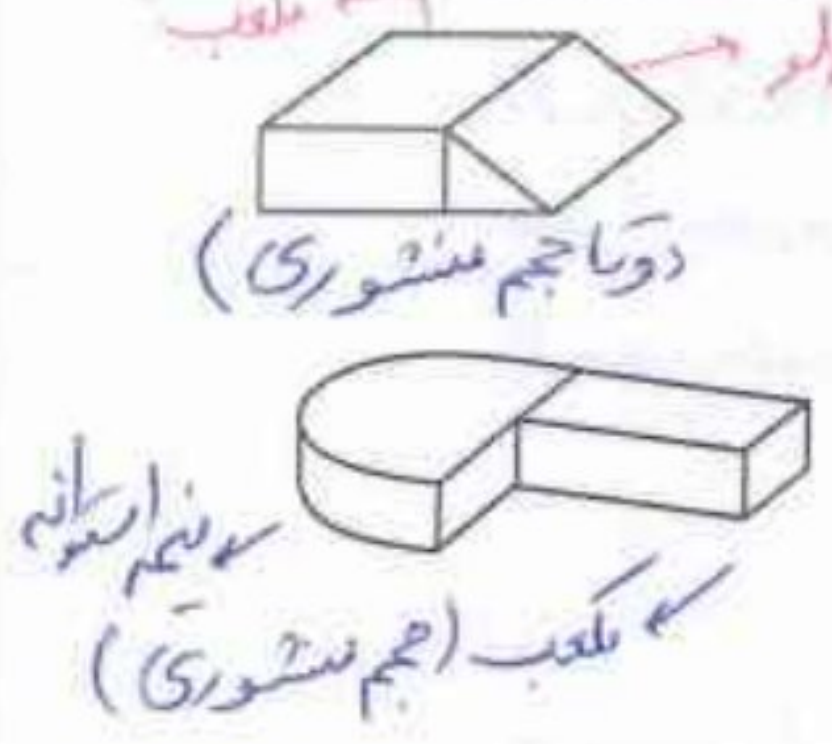


۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ در چه صورت؟ بله
 آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟ بله

اسم استوانه
 دایره ای و برش ضلعی روی آن می باشد

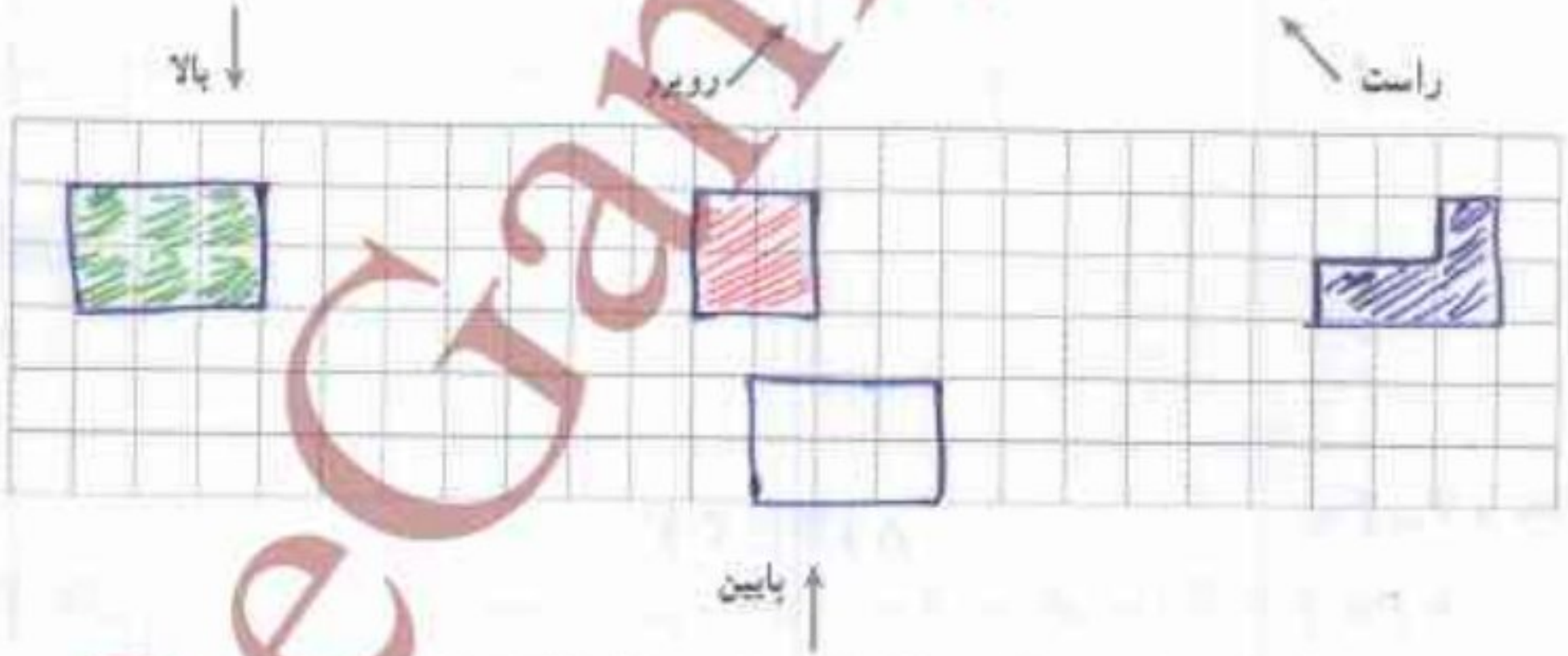
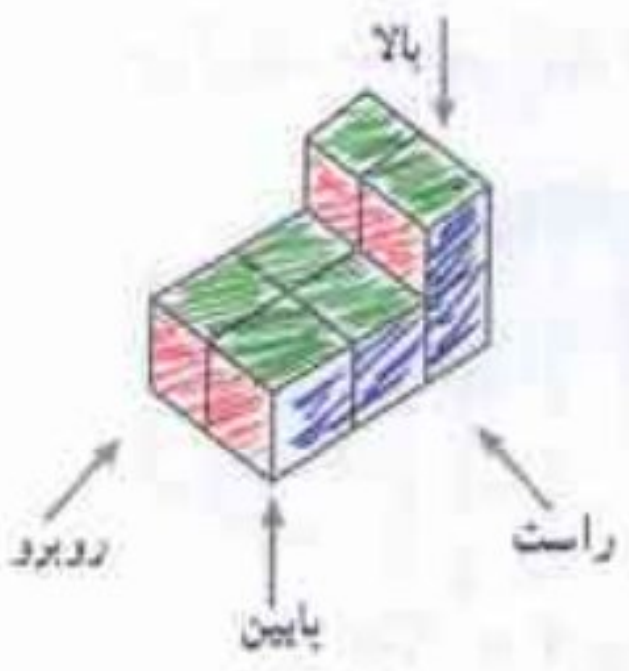
۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می شود؟ دایره
 یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می شود؟ شش ضلعی

رأس های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟

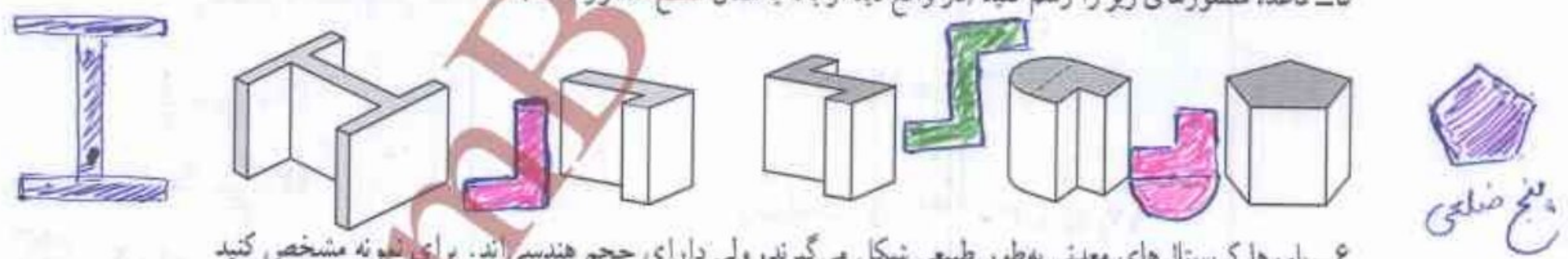


۳- مشخص کنید هر کدام از حجم های زیر، ترکیبی از کدام حجم ها هستند؟

۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می کنیم این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟



۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است)



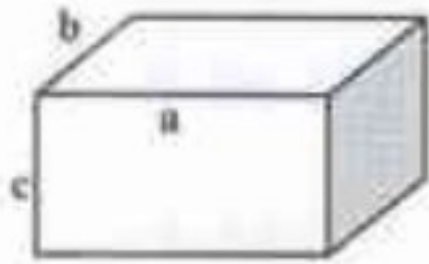
۶- بلورها کریستال های معدنی به طور طبیعی شکل می گیرند، ولی دارای حجم هندسی اند. برای نمونه مشخص کنید

۳ بلور زیر از چه حجم هایی درست شده اند؟

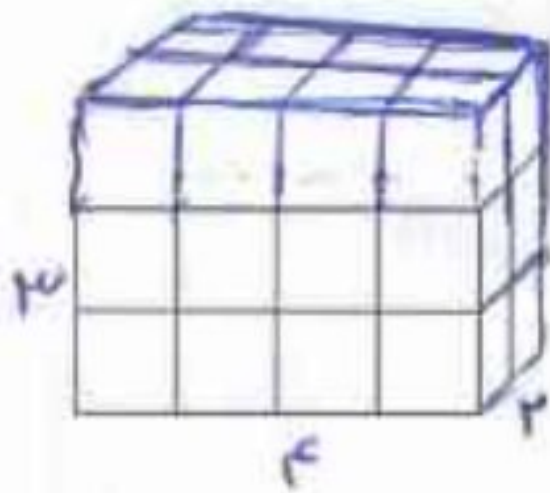


دوایتم منشور و منشور
 هرم
 هرم

۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس جبر که در فصل قبل یاد گرفتید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.



$$V = abc$$



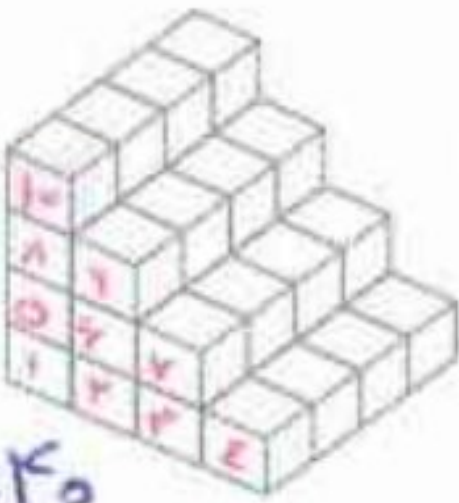
۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (۲ × ۲) اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم.

$$V = (2 \times 2) \times 3 = 12 \text{ cm}^3$$

حجم آن چقدر می شود؟ اگر قاعده مکعب مستطیل ۳ × ۴ باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

$$V = (3 \times 4) \times 3 = 36 \text{ cm}^3$$

۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک سانتی متر مکعب یا یک متر مکعب می گویند. مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.



$$10 \times 4 = 40$$

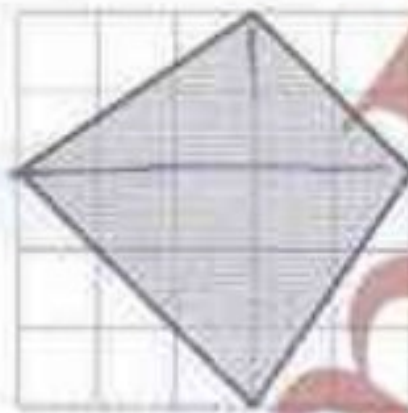


$$8 \times 4 = 32$$

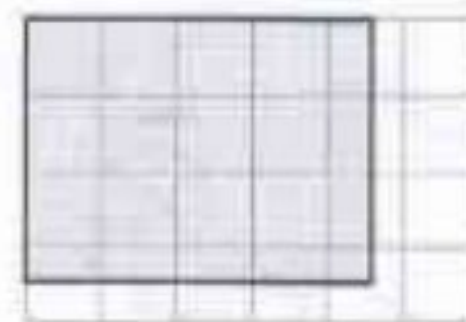


$$13 \times 2 = 26$$

۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مربع های به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند مربع به ضلع یک سانتی متر است. (می توانید از عددهای کسری هم استفاده کنید).



$$\frac{5 \times 5}{2} = 12,5$$



$$12 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$12 \frac{3}{4} \text{ واحد مربع}$$

$$\frac{5}{4} \times 3 = \frac{15}{4}$$

واحد مربع

$$12,5 \times 3 = 37,5 \text{ واحد مکعب}$$

اگر روی این قاعده ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه

می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟ ارتفاع × مساحت قاعده = V

برای مثال قاعده یک استوانه که به شکل دایره است را با مربع های واحد تقریب بزنید و حجم استوانه

به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.

$$V \approx 37 \times 3 = 111 \text{ واحد مکعب}$$


$$V = (3,5 \times 3,5 \times 3,14) \times 3 = 115,4$$

۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعده منشور

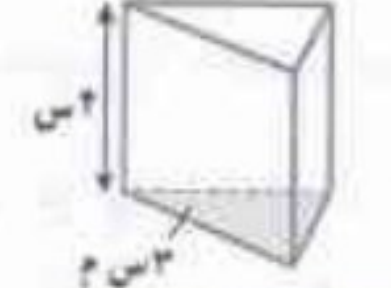
$$V = S \cdot h$$

(S) و ارتفاع منشور (h) موجود است، بنویسید.


۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



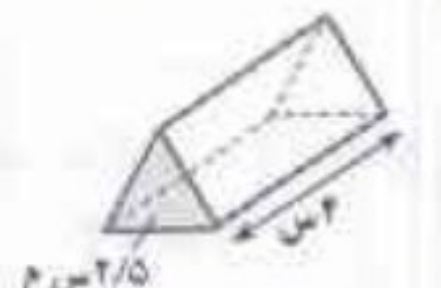
$V = s \cdot h$
 $= 5 \times 3 = 15$




$V = 2 \times 4 = 12$



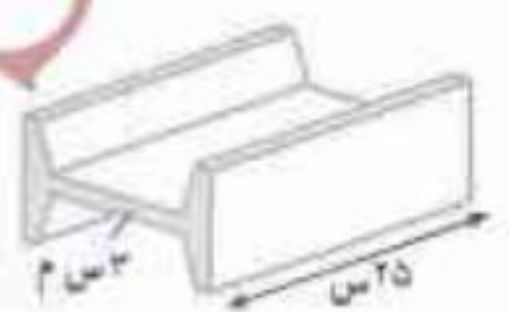
$V = 4,5 \times 2 = 9$



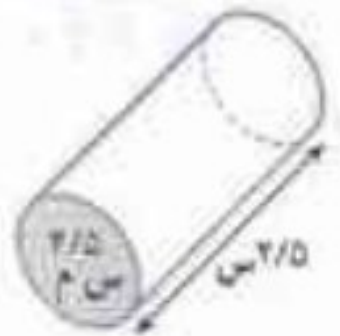
$V = 2,5 \times 4 = 10$



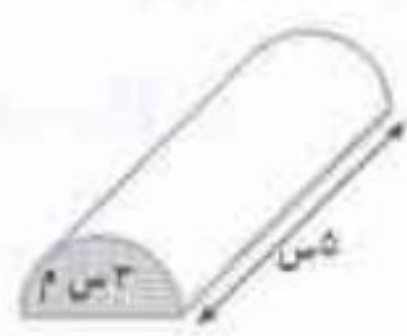
$V = 4,4 \times 4,2$
 $V = 21,02$



$V = 3 \times 25 = 75$



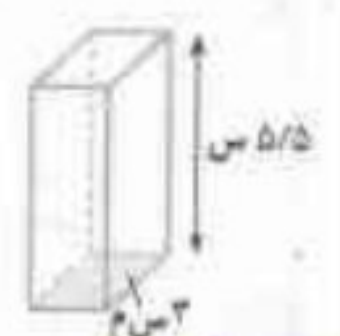
$V = 4,5 \times 2,5$
 $V = 11,25$



$V = 3 \times 5 = 15$



$V = 4,5 \times 2$
 $V = 9,75$



$V = 2 \times 5,5$
 $V = 11,5$



$V = 7,5 \times 12 = 90$

$V = 4,5 \times 2,5$
 $V = 11,25$

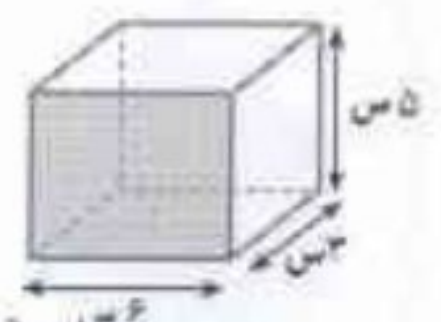
$V = 3 \times 5 = 15$

$V = 4,5 \times 2$
 $V = 9,75$

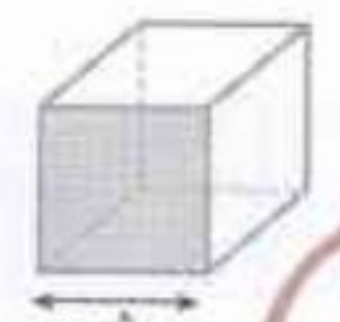
$V = 2 \times 5,5$
 $V = 11,5$

$V = 7,5 \times 12 = 90$

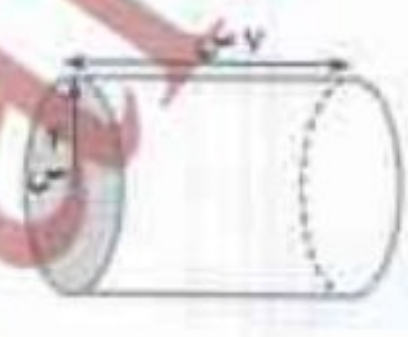
۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر



$V = (4 \times 5) \times 3$
 $V = 90$

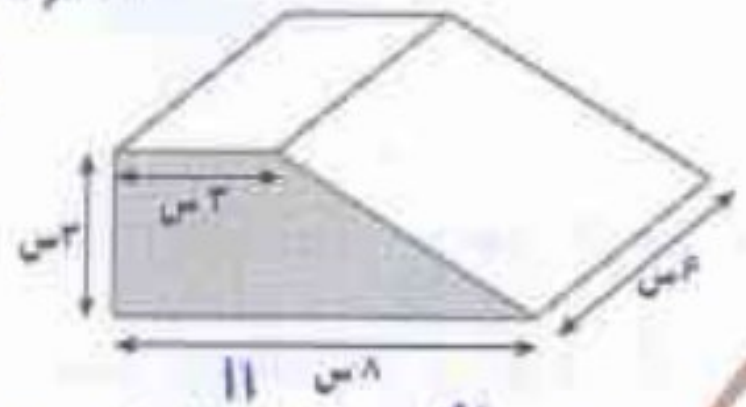


$V = 5 \times 5 \times 5 = 125$

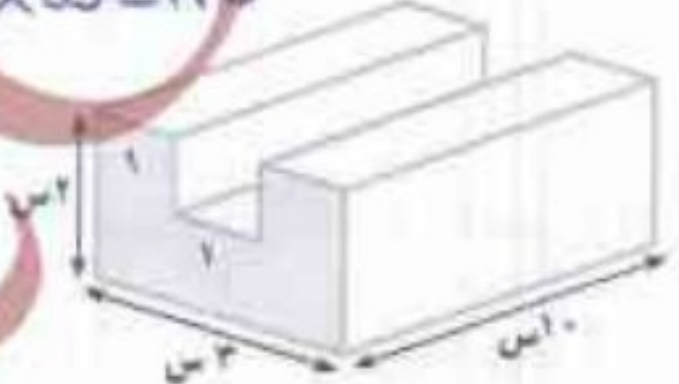


$V = (4 \times 4 \times 3,14) \times 7$
 $V = 50,24 \times 7 = 351,48$

شکل رابطه های جبری را بنویسید.
 $V = (4 \times 4 \times 3,14) \times 7$
 $V = 50,24 \times 7 = 351,48$



$V = \frac{(3+8) \times 3}{2} \times 4 = 99$



$V = (3 \times 2 - 1 \times 1) \times 10$
 $V = 5 \times 10 = 50$

$V = (3 \times 2 - 1 \times 1) \times 10$
 $V = 5 \times 10 = 50$



۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن ۸/۸ متر و ارتفاعش

۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می گیرد؟

$V = (7,8 \times 7,8 \times 3,14) \times 2 = 4,0192$ متر مکعب

$4,0192 \times 1000 = 4019,2$ لیتر

۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر

است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر جا می گیرد؟

$\frac{50 \times 30 \times 24}{25 \times 5 \times 12} = 24$

$V = 50 \times 30 \times 24 = 36000$ ۶۴

$V = 25 \times 5 \times 12 = 1500$

$36000 \div 1500 = 24$ تعداد



۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

$$V = (40 \times 40) \times 350 = 1,240,000$$

(کل شکل را مکعب مستطیل در نظر بگیرید)

حالا کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کرده و حجم سه تکه را جداگانه

حساب کنید و مجموع را به دست آورید. (شعاع قاعده استوانه چند است؟)

$$V_{\text{مکعب}} = 40 \times 40 \times 25 = 40,000$$

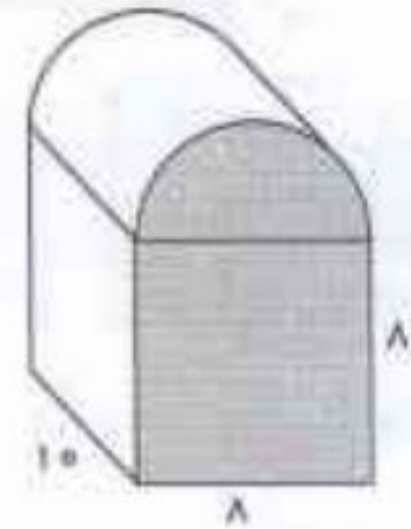
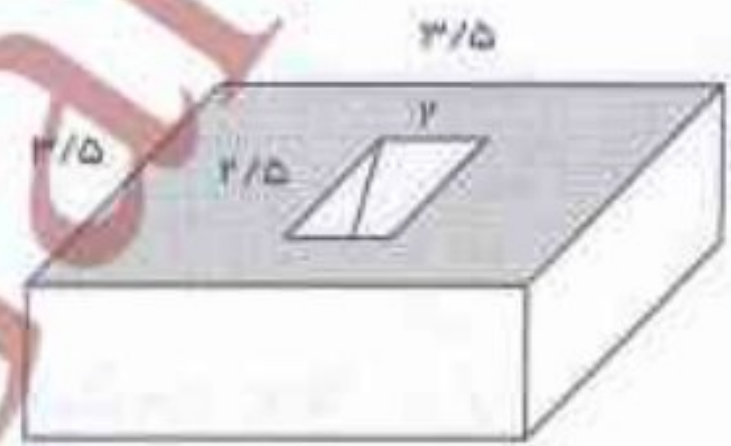
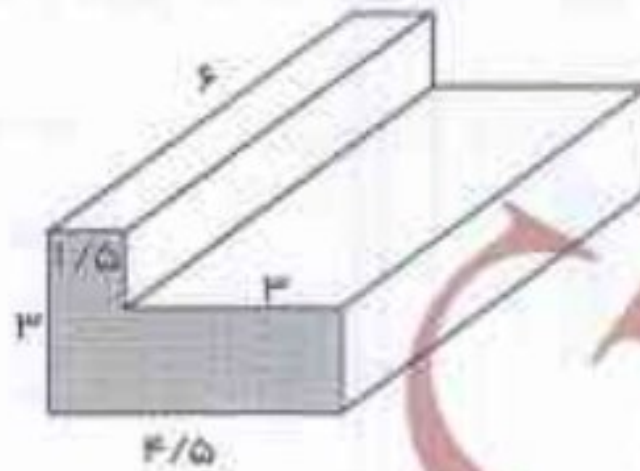
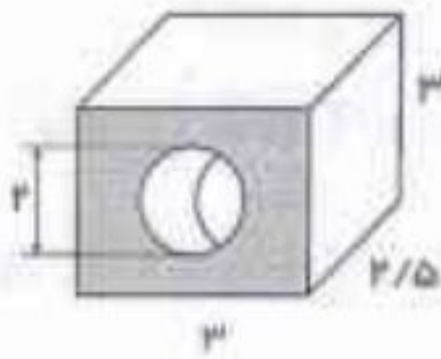
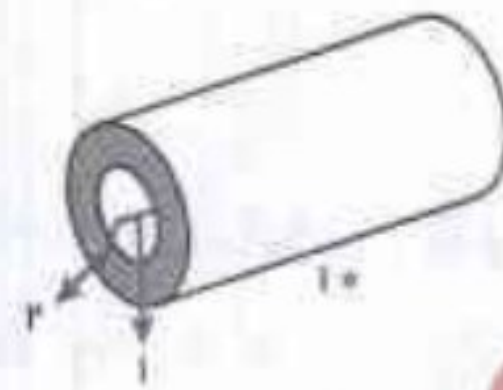
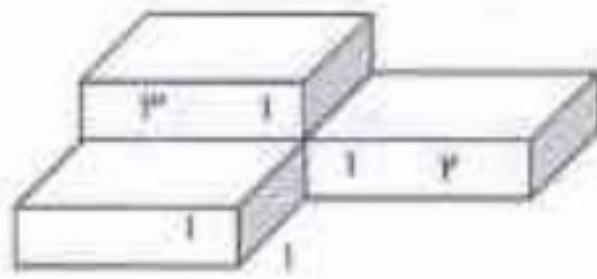
تفاوت دو جواب را به دست آورید.

$$V_{\text{استوانه}} = \left(\frac{30 \times 30 \times \frac{3}{14}}{2} \right) \times 350 = 847,800$$

$$V' = 2 \times 40,000 + 847,800 = 1,027,800$$

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 1240000 \\ - 1027800 \\ \hline 212200 \end{array}$$



۳- جاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این چاه ۴ متر است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می شود،

حجم آن ۱/۳ برابر می شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا

یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

۴- حوضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن ۳ و ۴ و ۱/۵ متر است. این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه

۶۰ لیتر آب وارد آن می کند، پر می کنیم. چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟

$$h = \frac{1/3 \times 4 \times 5 \times 12 \times 1/3}{4 \times 5} = 1/3 \text{ متر}$$

۵- یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۴ سانتی متر است. آب داخل این پارچ

را در لیوان هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۲ سانتی متر است، می ریزیم. این آب چند لیوان

$$V_{\text{پارچ}} = \frac{4 \times 4 \times \pi \times 30}{2} = 12$$

$$V_{\text{لیوان}} = \frac{2 \times 2 \times \pi \times 10}{2}$$

را پر می کند؟ **نمود: حجم ها را محاسب کنید**

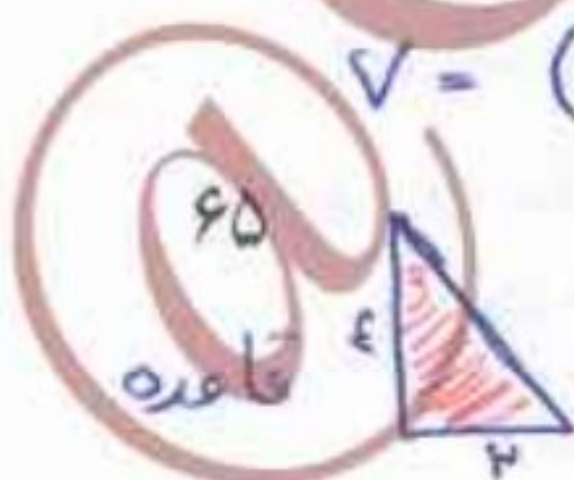
۶- قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه ای که اندازه ضلع های قائمه آن ۳ و ۴ است. ارتفاع این منشور

$$V = \left(\frac{3 \times 4}{2} \right) \times 9 = 36$$

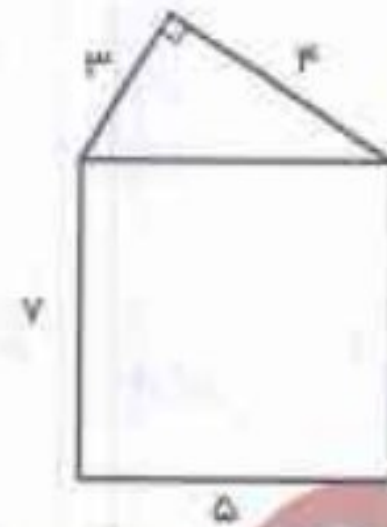
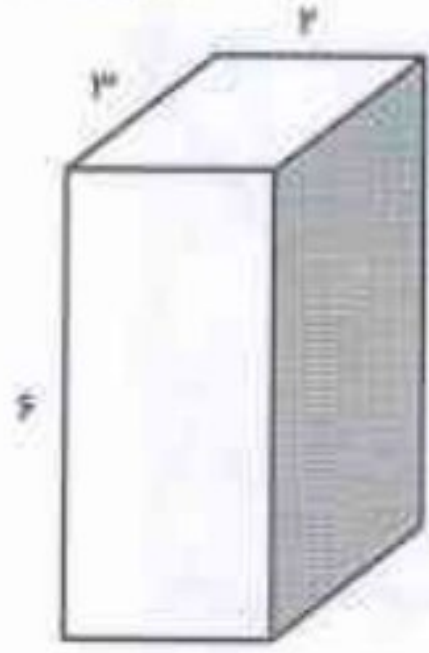
سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

حجم آب (لیتر) | زمان (ساعت)

۱	۴۰ × ۴۰
۲	۴ × ۳ × ۱/۵ × ۱۰۰۰



۱- مساحت همه وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه چه شکلی دارد؟ **مقدار - مسطح - شش ضلعی**



به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.

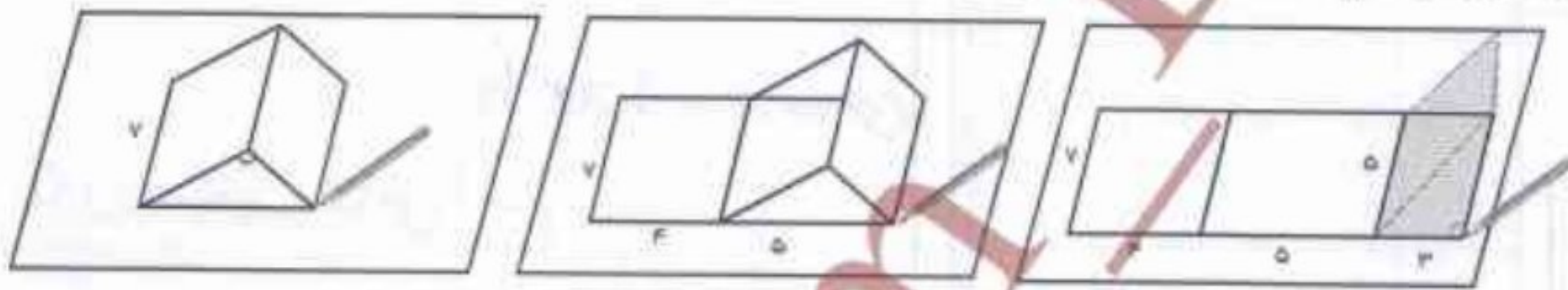
$$S' = 2 \times \frac{3 \times 4}{2} + 5 \times 7 + 3 \times 7 + 4 \times 7$$

$$S = 12 + 35 + 21 + 28 = 96$$

فعالیت دست ورزی

۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه پهلوئی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم، و

به اندازه طول هر ضلع یک علامت می‌گذاریم.



با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم ساده‌تر مساحت جانبی را به دست آوریم؟ **ارتفاع \times محیط‌افند = S جانبی**

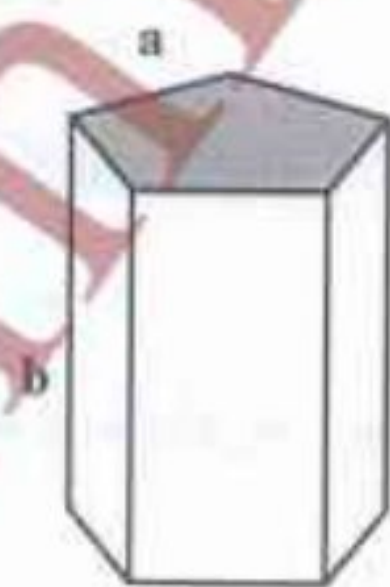
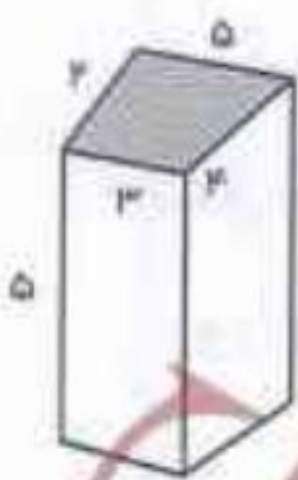
۳- با توجه به سؤال بالا اگر مساحت را با S ، محیط را با p و ارتفاع را با h نشان دهیم. رابطه جبری مساحت جانبی

منشورهای بالا را بنویسید.

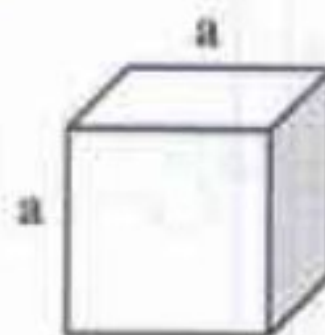
$$S = p \cdot h$$

$$S_{\text{جانبی}} = 5ab$$

۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.



$$S' = 4 \times a \cdot a$$



$$S' = c(2a+2b)$$

$$S = 2c(a+b)$$

$$S = 2ac + 2bc$$

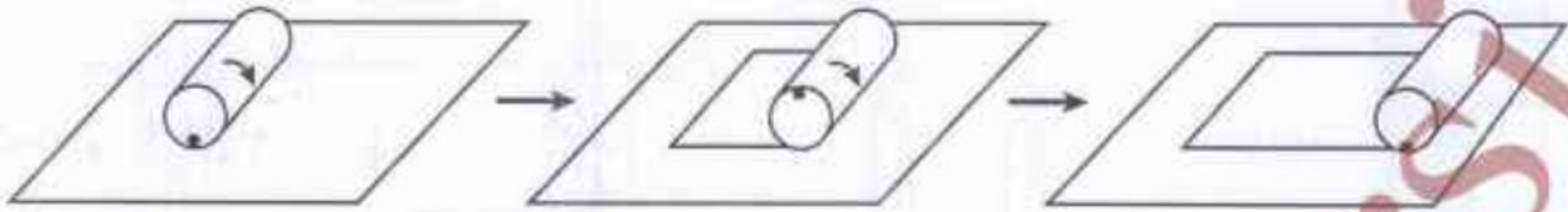
۲- ستونی به شکل منشور ۶ پهلوست که هر ضلع آن $\frac{1}{2}$ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدنه این ستون را

$$\text{متر مربع } S = \frac{1}{2} \times 5 = 1$$

$$\text{متر مربع } S = 1 \times 4 = 4$$

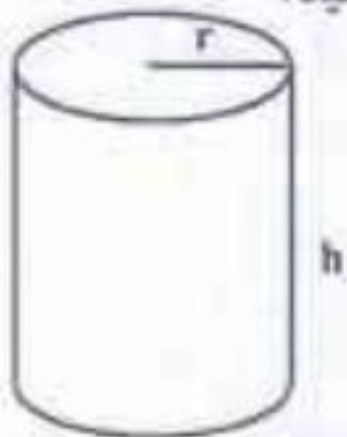
کاشی کاری کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟

۱- یک استوانه را به شکل زیر روی یک صفحه می‌غلطانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می‌کنیم.



با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟ **استطیل**
 طول و عرض آن چگونه به دست می‌آید؟ **طول = محیط قاعده استوانه** **عرض = ارتفاع استوانه**
 مساحت این شکل چگونه به دست می‌آید؟ **مساحت = طول × عرض = مساحت**

۲- با توجه به سؤال بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r را با عبارت جبری نشان دهید.



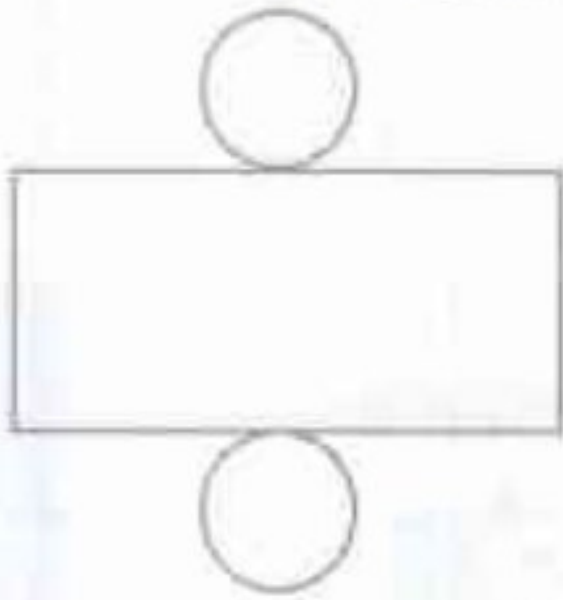
$$S_{\text{جانبی}} = 2\pi r h$$

هدف: بیان مساحت جانبی استوانه

۱- با توجه به سؤال بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.



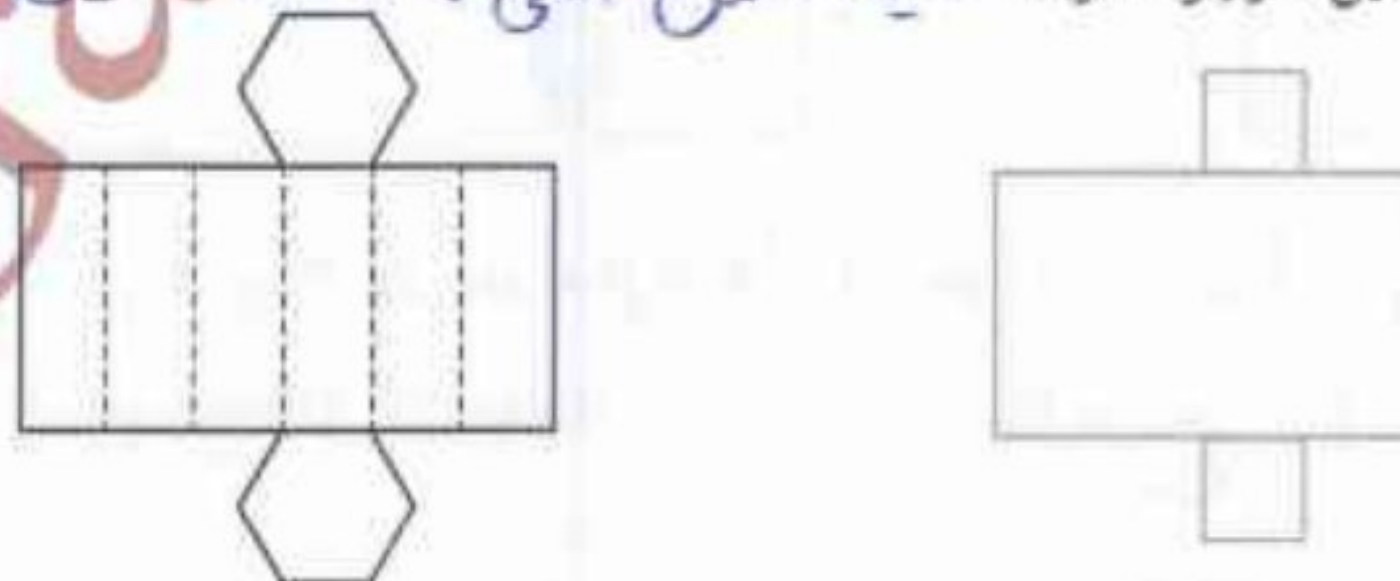
این سطح استوانه را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره قاعده استوانه است. چون استوانه ۲ قاعده دارد. ۲ دایره و یک مستطیل مساحت کل استوانه را تشکیل می‌دهند. شکل مقابل را گسترده استوانه می‌گویند.



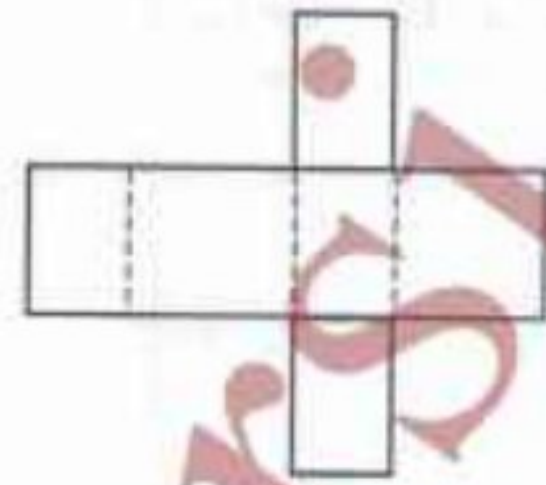
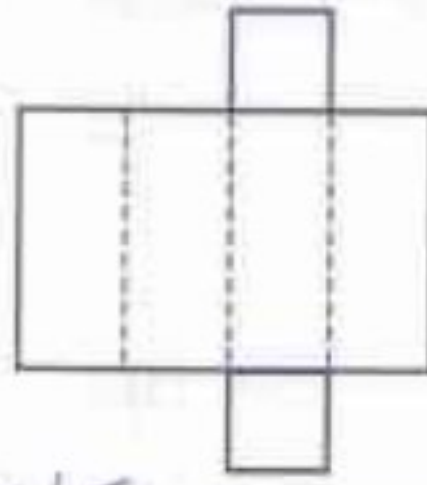
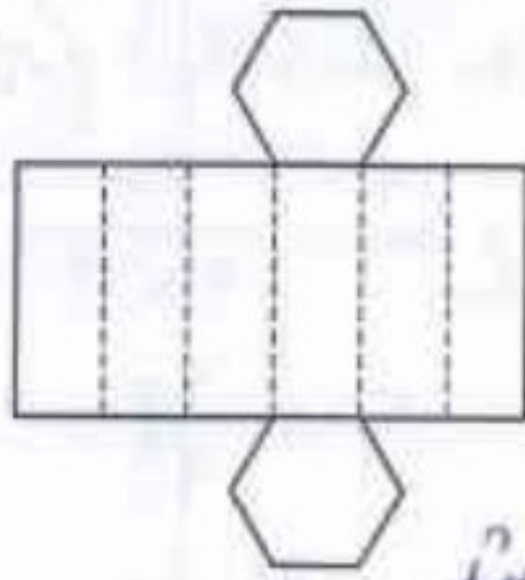
چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟ **طول مستطیل با محیط دایره برابر است**

۲- گسترده یک منشور ۶ پهلو با قاعده ۶ ضلعی منتظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟ **محیط اشکال ضلعی با طول مستطیل برابر است**



۱- گسترده چند منشور داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



در چه صورت گسترده شکل وسط به یک مکعب تبدیل می شود؟ ارتفاع با طول قاعده برابر باشد



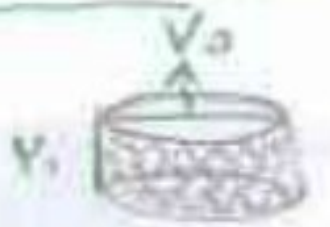
۲- یک غلتک بر روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر

شعاع غلتک ۵۰ سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به

طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند بار بچرخد؟

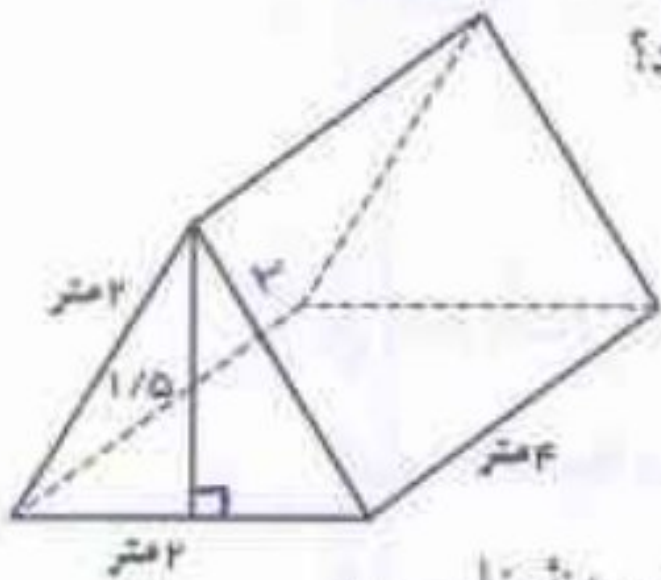
$$\text{تعداد دورها} = \frac{4 \times \text{مساحت کوچه}}{\text{مساحت جانبی غلتک}} = \frac{(20 \times 4) \times 4}{(2 \times 70 \times 3.14) \times 1} = \frac{320}{43.96} \approx 102 \text{ دور}$$

$$S_{\text{زمین}} = S_{\text{جانبی}} \times 10 = (70 \times 3.14) \times 20 \times 10 = 43960$$



۳- یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند تا خشک

شود. اگر چرخ به ضخامت ۲۰ سانتی متر و قطر ۷۰ سانتی متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟



۴- یک چادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟

حجم این چادر چقدر است؟

$$S = (4 \times 4) + 2 \times \frac{1.5 \times 4}{2} = 27$$

۵- یک مخزن نفت به شکل استوانه ای است که شعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی و

سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

۶- می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱ cm بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا به کار می رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳ و ۵ و ۴ سانتی متر را با کاغذ کادو پوشانده ایم. برای پوشاندن این

جعبه حداقل چند سانتی متر کاغذ کادو لازم داریم؟ چرا در این مسئله حداقل خواسته شده است؟

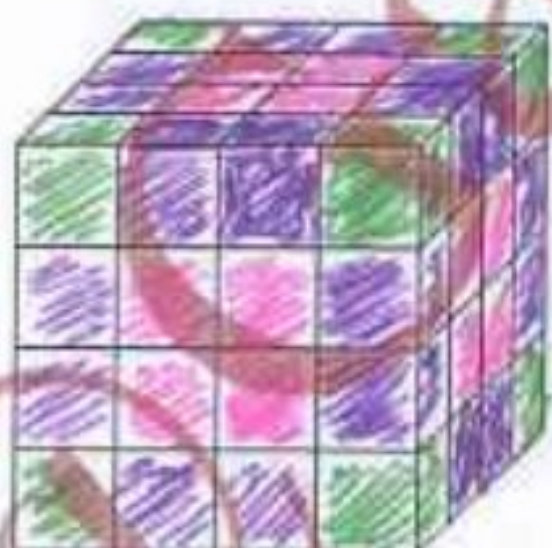
۸- با مکعب های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطح های این حجم را رنگ کنیم، چند مکعب

رنگ نمی شوند؟ $4 \times 4 \times 4 = 64$ تعداد کل مکعب

چند مکعب رنگ می شود؟ $2 \times 2 \times 2 = 8$ رنگ ندارد مکعب

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟ $12 \times 2 = 24$

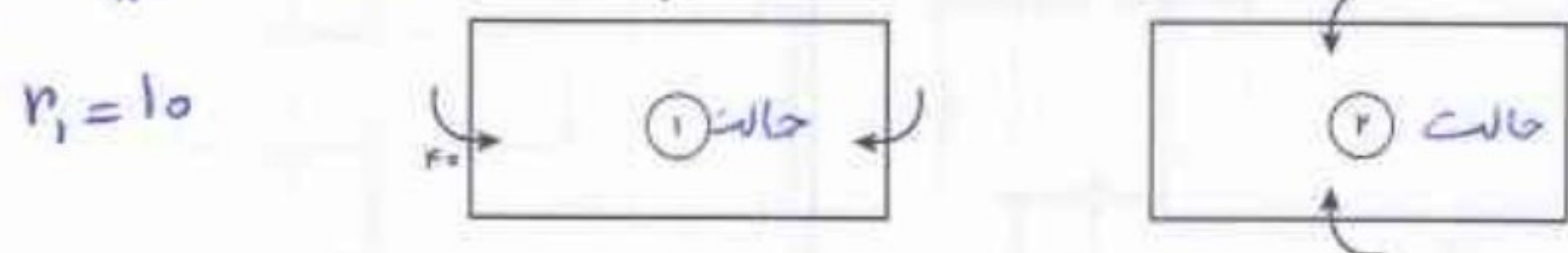
چند مکعب ۳ وجهشان رنگ شده است؟ 8 مکعب



حجم و سطح

تغییر

۱- یک مستطیل به طول عرض داده شده را به دو صورت زیر لوله می کنیم تا استوانه به دست آید. شعاع $r_1 = 10$ و $r_2 = \frac{20}{3}$



شعاع $r_1 = 10$
 $r_2 = \frac{20}{3}$

در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه های جبری کمک بگیرید. برای ساده تر شدن محاسبات عدد بی (π) را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را تشخیص دهید.

$V_1 = h \times S = h_1 \times r_1 \times r_1 \times \pi = 40 \times 10 \times 10 \times 3 = 12000$

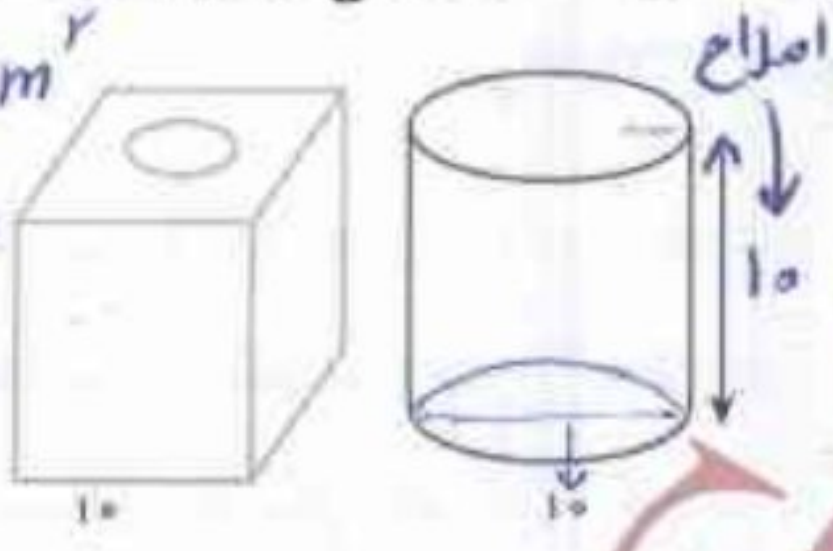
$V_2 = h \times S = 40 \times \frac{20}{3} \times \frac{20}{3} \times 3 = 10000$

نتیجه: وقتی حول ضلع بزرگ لوله می کنیم حجم بیشتری به دست می آید

با مقایسه حجم ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه ای می گیرید؟ **حجم اولی بیشتر است**

۲- یک کارخانه تولید جای دو نوع بسته بندی به شکل های زیر ارائه می کند. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه درست شده اند. در کدام یک جای بیشتری جا می گیرد؟

$S_1 = 4 \times 10 \times 10 = 400 \text{ cm}^2$
 $V_1 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$
 $\frac{V_1}{S_1} = \frac{1000}{400} = \frac{5}{3}$

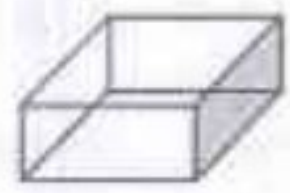


$S_2 = 2(5 \times 5 \times 3) + (10 \times 3) \times 10 = 450 \text{ cm}^2$
 $V_2 = (5 \times 5 \times 3) \times 10 = 750$
 $\frac{V_2}{S_2} = \frac{750}{450} = \frac{5}{3}$

در کدام یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد π را ۳ در نظر بگیرید. **ملعب** با توجه به عددهای بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته بندی را انتخاب می کنید؟ چرا؟ **بسته بندی مستطیلی** در کدام نوع بسته بندی در حمل و نقل بهتر است و جای کمتری می گیرد؟ چرا؟ **جعبه ملعب شکل بهتر است چون**

فضای خالی بین جعبه ها نوردهنی آید

برای بسته بندی شیرینی جعبه هایی را درست می کنند. شکل گسترده این جعبه ها به صورت زیر است و پس از تا کردن مربع ها گوشه ها روی هم قرار می گیرند و جعبه درست می شود.



$V = 20 \times 20 \times 5 = 2000 \text{ cm}^3$



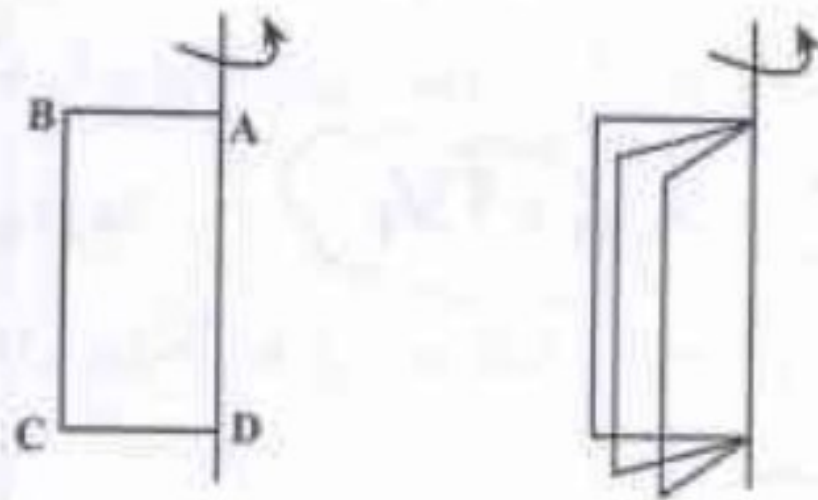
با توجه به اندازه های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید 2000 cm^3

اگر به جای ۵ سانتی متر لبه ها را ۶ سانتی متر در نظر بگیریم با همین مقوا حجم جعبه بیشتر می شود یا کمتر؟ **کمتر می شود**

$V = 18 \times 18 \times 4 = 1296 \text{ cm}^3$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{b}{2\pi} \times \frac{b}{2\pi} \times \pi\right) \times a}{\left(\frac{a}{2\pi} \times \frac{a}{2\pi} \times \pi\right) \times b} = \frac{b}{a}$$

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه



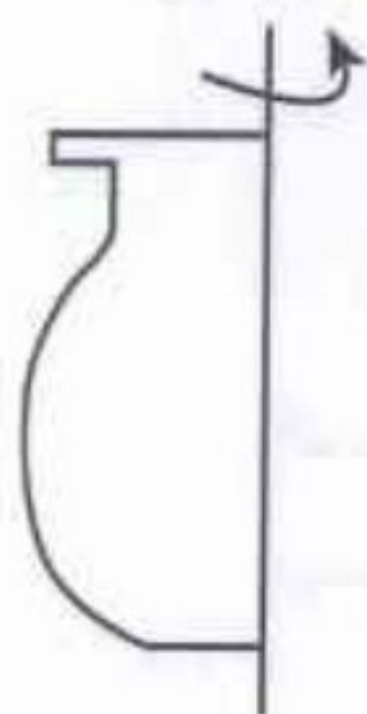
حرکت می‌کنند.

شما هم مانند شکل زیر کاغذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.



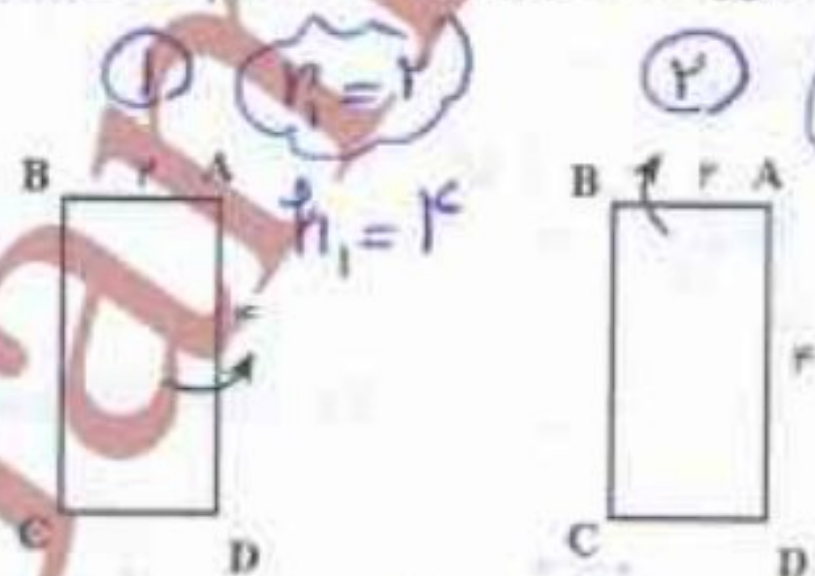
با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟ استوانه
 مشخصات آن حجم را بنویسید. AD ارتفاع استوانه است
 CD شعاع قاعده‌ی آن است

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، با حرکت یک سطح در فضا حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.



۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم. حجم چه شکلی ساخته می‌شود؟ می‌توانید با یک فرغره و چرخاندن آن حجم ایجاد شده را ببینید. بدین‌طوری از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.

۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را حساب کنید.



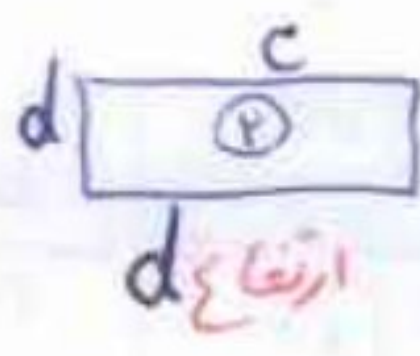
$$V_2 = (4 \times 4 \times \pi) \times 2 = 96$$

$$V_1 = (2 \times 2 \times \pi) \times 4 = 48$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(4 \times 4 \times \pi) \times 2}{(2 \times 2 \times \pi) \times 4} = 2$$

$$\Rightarrow V_2 = 2V_1$$

راه حل دوم بالای صفحه



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{c}{2\pi} \times \frac{c}{2\pi} \times \pi\right) \times d}{\left(\frac{a}{2\pi} \times \frac{a}{2\pi} \times \pi\right) \times b} = \frac{c^2 d}{a^2 b}$$

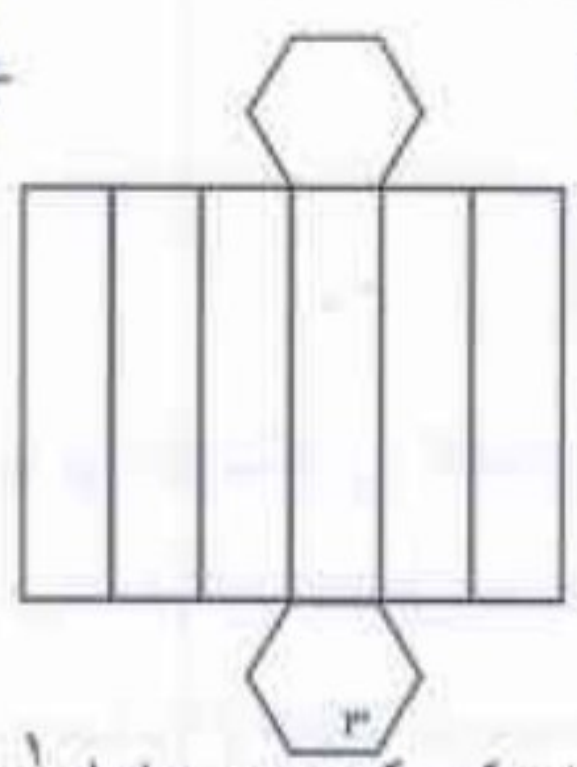
روشن نم

۱- یک مقوا به طول و عرض، 5×20 را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد 10×10 را به شکل یک استوانه در آورده ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟

قطر = $\frac{20}{3}$

تساع = $\frac{10}{3} = 2$

$V_2 = \frac{10}{2 \times 3} = \frac{5}{3}$



بیشتری دارد؟

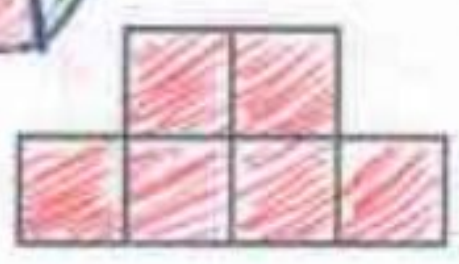
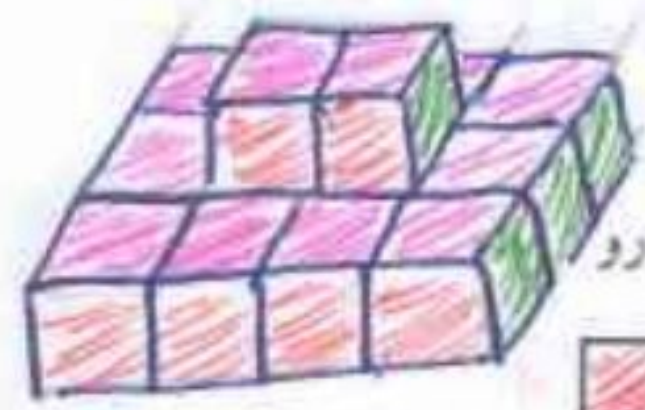
۲- با شکل مقابل یک منشور درست کرده ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \times \pi\right) \times 10}{\left(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3} \times \pi\right) \times 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_1 = 2V_2$$

$$\frac{x}{100} = \frac{20 \times 4 \times 10}{32} \Rightarrow x = \frac{20 \times 4 \times 10 \times 100}{32}$$

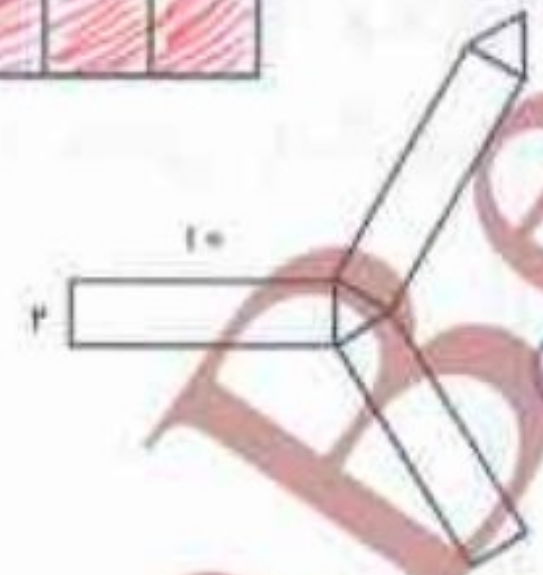
$$x = \frac{370}{8} \approx 49,9\%$$

- ۲- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد $2 \frac{1}{2}$ و ۴ و $1 \frac{1}{4}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟ $100\% - 49,9\% = 50,1\%$
- ۴- یک استوانه که با یک مقوا به طول ۲۰ سانتی متر و عرض ۱۰ سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع استوانه ۲۰ است.)



۵- اگر یک حجم از بالا و سمت راست و روپرو به صورت زیر دیده شود، آن حجم را رسم کنید.

$$V = (4 \times 3) + 2 = 14$$

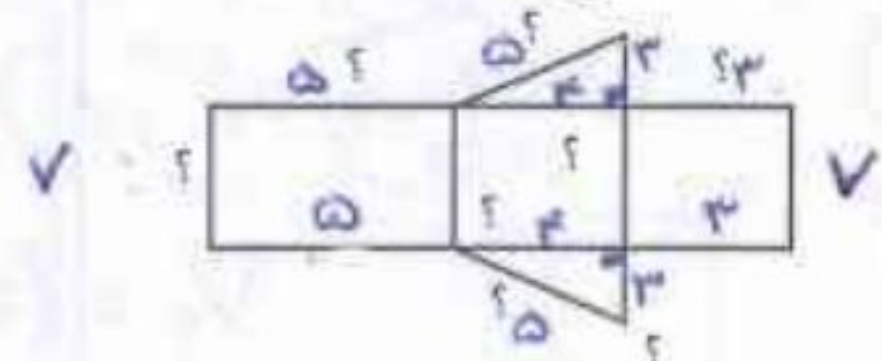


۶- شکل مقابل گسترده یک منشور را نشان می دهد.

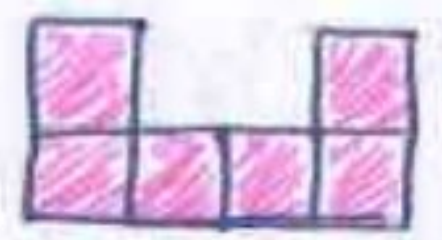
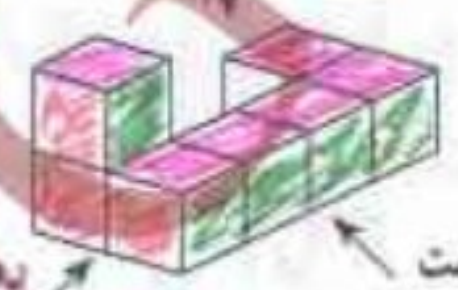
مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.

$$S_{\text{جانبی}} = (2 \times 3) \times 10 = 60 \text{ cm}^2$$

۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع های گسترده آن را بنویسید.



۸- حجم مقابل از راست، بالا و روپرو چگونه دیده می شود؟



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- حجم هندسی
- حجم منشوری
- مساحت جانبی
- مساحت کل
- گسترده

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، یال و رأس حجم‌های منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- ساختن یک حجم به کمک گسترده آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که به یک سطح مشخص درست شده‌اند.

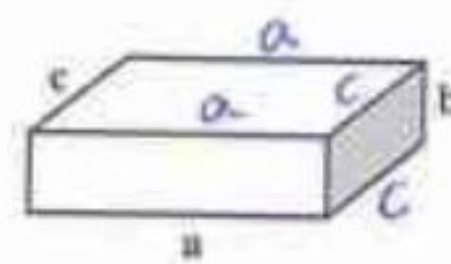
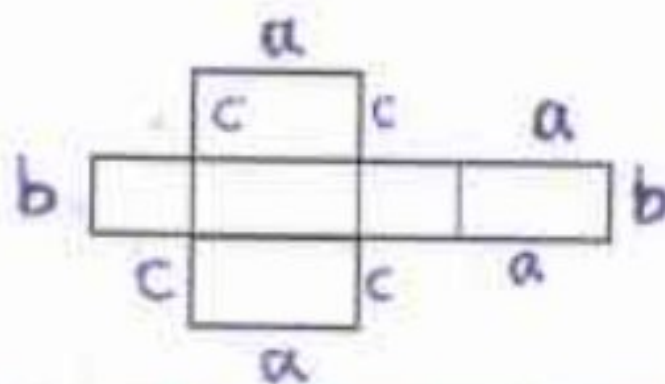
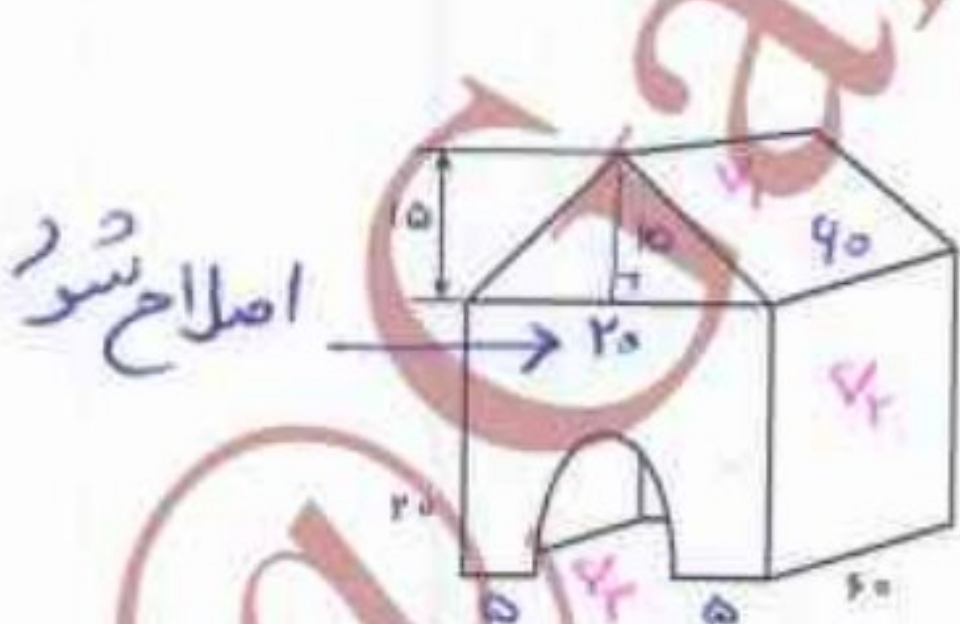
کاربرد این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیای از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و ...) استفاده می‌کنیم.

در صورتی که تمرین‌های زیر را توانستید انجام دهید. مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به دست آورید.

الف) استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ (منشور چهار بهلو با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲)

۲- الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل اندازه و ضلع‌های خواسته شده روی گسترده آن را مشخص کنید.



ب) حجم شکل مقابل را به دست آورید.

$$V = V_1 + V_2 - V_3 \Rightarrow \text{طراحی}$$

$$\pi = 3$$

۷۲

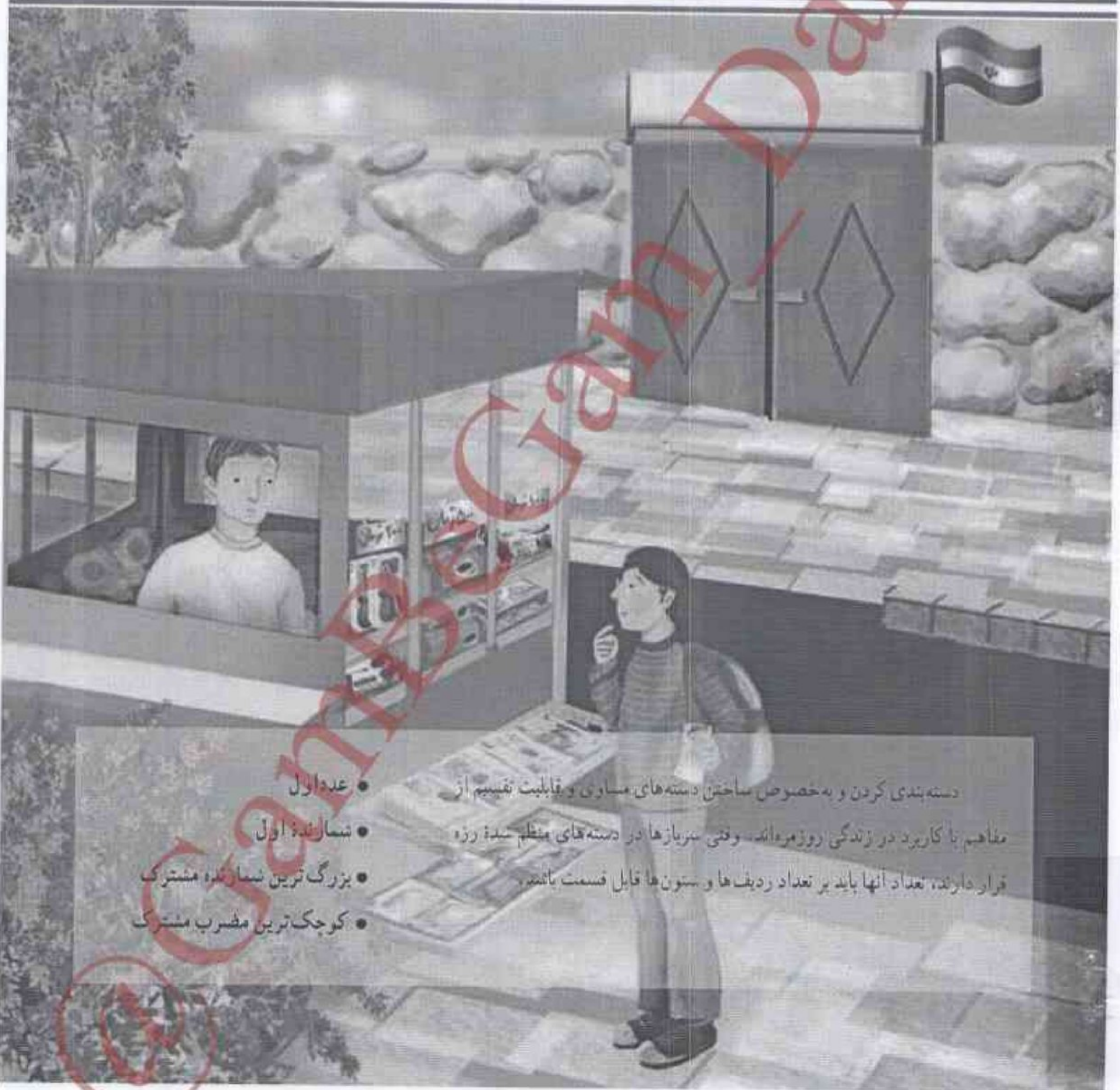
$$V = \frac{15 \times 20}{2} \times 10 + 20 \times 20 \times 15 - \frac{5 \times 5 \times 3 \times 20}{2}$$

$$V = 9000 + 60000 - 1500 = 68500$$



فصل ۶

شمارنده‌ها و اعداد اول



- دسته‌بندی کردن و به‌خصوص ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از
- شمارنده اول
- مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم سده رژه
- بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
- قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشند.
- کوچک‌ترین مضرب مشترک



شمارنده‌ی یک عدد

فعالیت

۱- دانش‌آموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت نام کرده‌اند. جدول تعداد ثبت نام شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب است؟ چرا؟
 در کدام رشته تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب نیست؟ چرا؟ ثبت نام در تیم‌های زیر بجز والیبال مناسب نیست و فرغ وضع در تیم فوتبال ضعیف‌تر است

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	بینگ پنگ	بدکتون
تعداد ثبت نام شده‌ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۲	۲

باصحاب از است

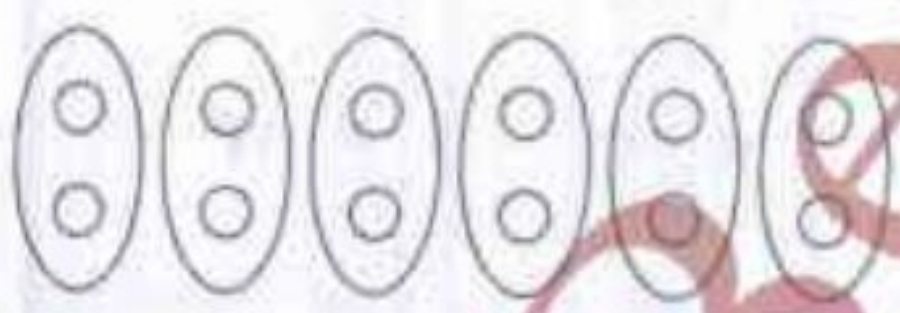
با کمترین جابه‌جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شوند.
 ۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

۶ = ۳ × ۲ (سه دسته‌ی ۲ تایی)
 ۶ = ۴ × ۱ (یک دسته‌ی ۴ تایی)
 ۶ = ۲ × ۳ (دو دسته‌ی ۳ تایی)
 ۶ = ۱ × ۶ (یک دسته‌ی ۶ تایی)

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم‌ها نباید باقی مانده بیاورند).
 یعنی ۱۰ را می‌توان ۲ تا ۲ تا شمارد

۱۰ ÷ ۵ = ۲
 ۱۰ ÷ ۱ = ۱۰
 ۱۰ ÷ ۱۰ = ۱

۴- دایره را مانند نمونه به دسته‌های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمارد. به این ترتیب شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.



شمارنده‌های ۱۲: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

فعالیت دست‌ورزی

اصلاح نمود

۱- با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده‌های ۱۵: ۱، ۳، ۵، ۱۵
 شمارنده‌های ۱۴: ۱، ۲، ۷، ۱۴

شمارنده‌های ۸: ۱، ۲، ۴، ۸
 شمارنده‌های ۹: ۱، ۳، ۹

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

ا شمارنده‌ی b هست و b شمارنده‌ی c است پس a شمارنده‌ی c است

۳- به‌طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

کتابخانه

★ شمارنده‌ی یک عدد عددی طبیعی است. زیرا هر عدد منفرجه نمی‌تواند عددی را بشمارد.

MATH-HOME.IR

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹	۱	۳	۹	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۴	۱	۲	۴	
۱۴	۱	۲	۷	۱۴
۵	۱	۵		
۱۳	۱	۱۳		

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد یک شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد یک است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد خود آن عدد است.

همه شمارنده‌های یک عدد آن عدد می‌شمارد.

بعضی از عددها فقط دو شمارنده دارند.

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دو شمارنده دارد.

اصلاح

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.



اعداد اول

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد،

عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟ ۱۷ و ۱۳
 آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟ آری

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵ که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای

طبیعی کمتر از ۳۰ اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

نشان دهید.

یا نسخ باز است

۱	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
			2×2		2×3		2×4	2×3	2×5
⑪	۱۲	⑬	۱۴	۱۵	۱۶	⑰	۱۸	⑱	۲۰
	2×6		2×7		4×4		2×9		5×4
۲۱	۲۲	⑳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	㉑	۳۰
2×11	2×11		2×12	5×5	2×13	3×9	2×14		3×10
۷۵									

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟ خیر، چون عدد طبیعی وجود ندارد که در ۱۷ ضرب شود حاصل ۲۴۷ شود

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ بلی

۳- عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد. ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵

عددی بر ۱۵ بخش پذیر است

۴- کدام یک از عددهای روبه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ ۲۴۰، ۵۵۵، ۹۲۴، ۲۴۵

که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشند

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید. ۲۰، ۱۰، ۵، ۴، ۲، ۱

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴

۲۴

۱۸

۲۰

۳۰

۴۰

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۸

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

✓ - عدد ۲۹ اول است. ~~فقط دو شمارنده دارد~~ ✗ - هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. عدد ۱ فقط یک شمارنده دارد

✗ - تمام عددهای اول، فرد هستند. چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود. عدد ۲ زوج است ولی اول است

✓ - اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشته، حتماً اول نیست. چون پس از دو شمارنده دارد

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد

$$۱۲ \times ۳ = ۳۶$$

۱۲ گروه سه نفره

$$۲۴ + ۱۲ = ۳۶$$

$$۹ \times ۴ = ۳۶$$

۹ گروه چهار نفره

$$۶ \times ۶ = ۳۶$$

۶ گروه شش نفره

مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می نویسیم $۳ \times ۶ = ۱۸$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟

بلی - چون ۱۸ را می توان ۳×۳ و ۳×۶ و ۶×۳ و ۶×۶ شمارش کرد
آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟ خیر مثال ۹

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ خیر چون عدد حاصل را می توان به صورت حاصل ضرب

دو عدد بزرگ تر از یک نوشت

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

- مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی _____ نوع است.

- مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی _____ نوع است.

- مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی _____ نوع است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید.) به سوال زیر پاسخ دهید.

$$۳ + ۵ = ۸$$

خیر اول اول اول

- آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می باشد؟ خیر



۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شمارنده‌های ۳۵: ۱, ۵, ۷, ۳۵

شمارنده‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

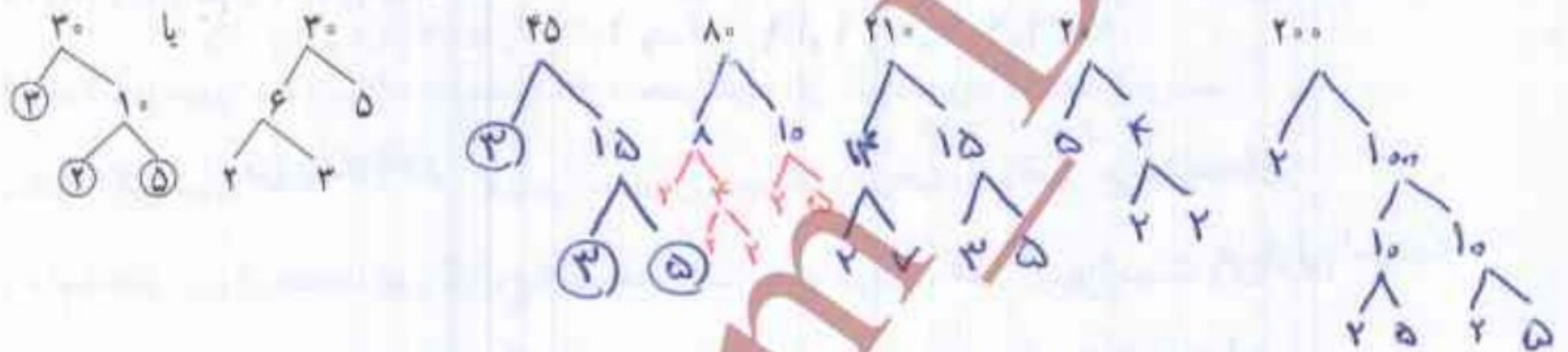
شمارنده‌های ۹: ۱, ۳, ۹

در هر قسمت، بر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددی اند؟ ۷ و ۵
شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟ ۳

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توانی عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست

آورد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول (۲ و ۳) عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

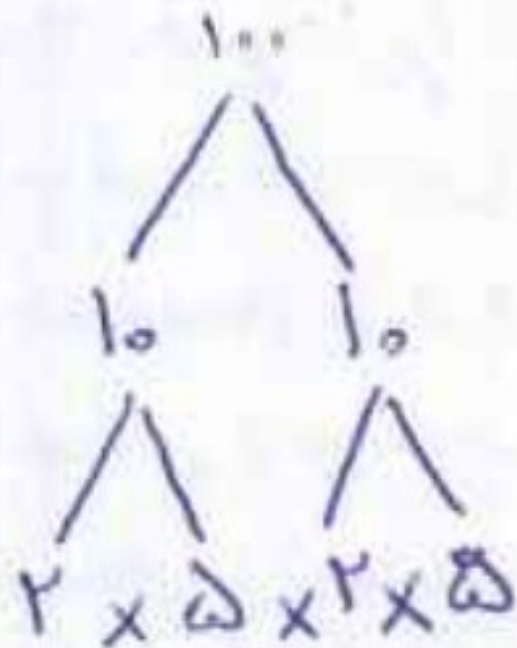
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

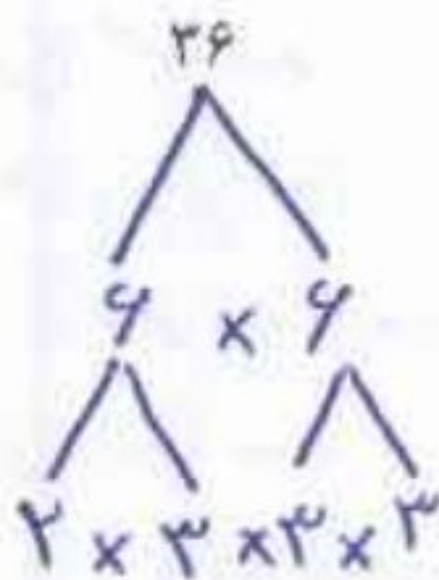
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و

مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{81}{32} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{81}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض

مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

$$\begin{aligned} 1 \times 18 &= 18 \\ 2 \times 9 &= 18 \\ 3 \times 6 &= 18 \end{aligned}$$

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟ شماره‌های عدد ۱۸

می‌باشند

$a = 2^2 \times 3^1 \times 5^2$ $T(a) = 3 \times 2 \times 3 = 18$

شماره‌های غیر اول $18 - 3 = 15$

اصل دوم

اصل اول ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰، ۲۵۰، ۳۰۰، ۳۵۰، ۴۰۰، ۴۵۰، ۵۰۰، ۵۵۰، ۶۰۰، ۶۵۰، ۷۰۰، ۷۵۰، ۸۰۰، ۸۵۰، ۹۰۰، ۹۵۰، ۱۰۰۰

۱- شماره‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شماره‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده

می‌شود؟ چرا؟ **خیر - زیرا از خوش نیستند**

$\frac{21}{35}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}$

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

۳- با شماره‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین ۳ و ۵ باشند؟ $48, 32, 33$

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است. $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

شماره‌های اول آن چه عددی اند؟ شماره‌ای این عدد را بنویسید که اول نباشد. $1, 4, 10, 12, 15, 20, 25, 30, \dots$

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است. $b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$

شماره‌های اول آن چه عددی هستند؟ $2, 3, 5$

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شماره‌های اول آنها را مشخص کنید.

$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ $297 = 3 \times 3 \times 3 \times 11$ $104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شماره‌های اول آنها را بنویسید. بر اساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید. $\downarrow \downarrow \downarrow$ اعداد اول $7, 5, 13$ هستند که شماره‌های اول (آن‌ها خودشان باشند)

۸- جملات درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

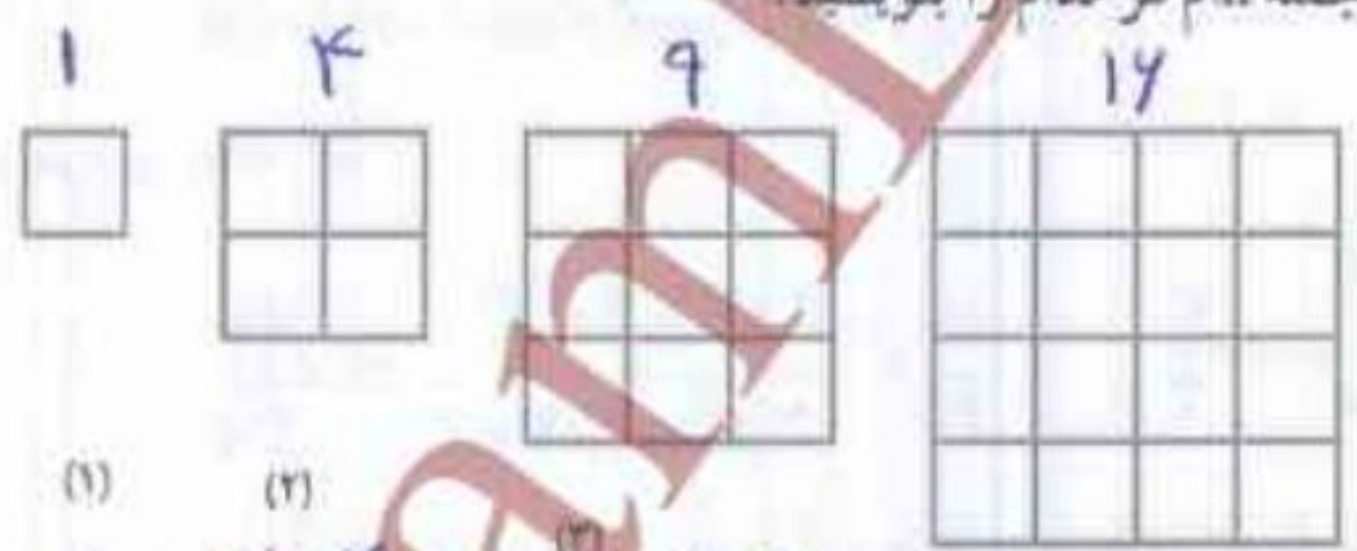
\times الف) تمام عددها شماره‌ای اول دارند. **عددهای شماره‌ای اول ندارند** اعدادی که اول صحیح و گویا نیستند

\checkmark ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شماره‌های اولش ۲ است.

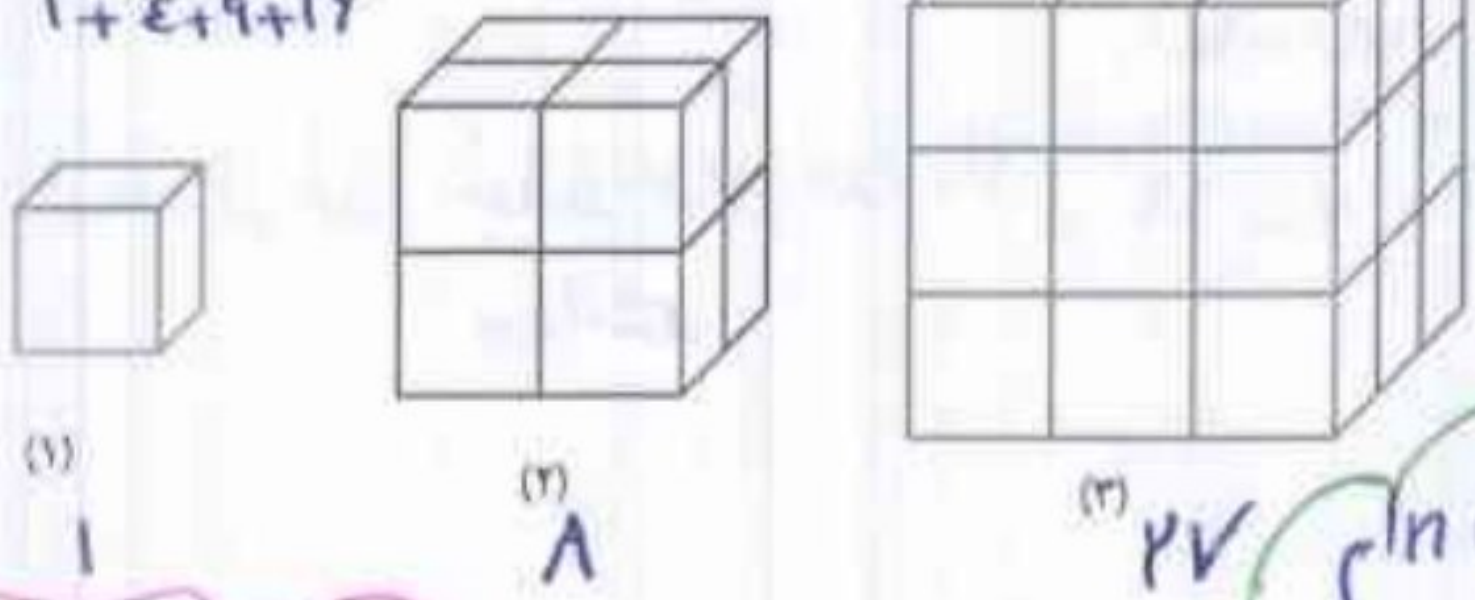
\times ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شماره‌ای اول داشته باشد. $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$

\checkmark د) تعداد عددهای اول بی‌پایان اند.

۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله n ام هر کدام را بنویسید.



رابطه‌ی اول: $n \times n = n^2$
رابطه‌ی دوم: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$



رابطه‌ی اول: $n^3 = n \times n \times n$

رابطه‌ی دوم: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

۷۹



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

چون این اعداد را می‌شمارند و باقیمانده‌ی تقسیم عدد ۳۰ بر آنها برابر صفر است چادرها به صورت مساوی پر می‌شود

کلاس اول ب، ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان

برپا کرد؟ چرا؟
شماره‌های ۳۶: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

زیرا در تقسیم ۳۶ بر این اعداد باقیمانده صفر می‌شود و چادرها به صورت مساوی پر می‌شود

۱، ۲، ۳، ۶

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

چون در تقسیم ۳۶، ۱۸، ۳۶ بر این اعداد باقیمانده صفر می‌شود و چادرها به صورت مساوی پر می‌شود

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر

کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟ ۶ نفره

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

$\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$: تمام شمارنده‌های ۱۸
 $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ = شمارنده‌های مشترک دو عدد

6 = بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$: تمام شمارنده‌های ۲۴

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\implies 2 \times 3 = 6$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م می‌نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت (و) نشان می‌دهند. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

ایا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

از ضرب عوامل‌های مشترک ۱۸ و ۲۴ استفاده کرده



شماره های ۲۰ : ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰

شماره های ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شماره های ۳۰ : ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰

شماره های ۱۴ : ۱, ۲, ۷, ۱۴

شماره های مشترک ۲۰ و ۳۰ : ۱, ۲, ۵, ۱۰

شماره های مشترک ۱۴ و ۱۲ : ۱, ۲

$$(12, 14) = 2$$

$$(20, 30) = 10$$

۱- با نوشتن تمام شماره های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 2$$

$$(14, 12) = 14 = 2 \times 7$$

$$20 = 1 \times 2 \times 5 \Rightarrow 2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \Rightarrow 2 \times 5 = 10$$

۲- با تجزیه عددها به شماره های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\Rightarrow 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \Rightarrow 2 \times 3 = 6$$

$$(42, 30) = 30 = 2 \times 3 \times 5$$

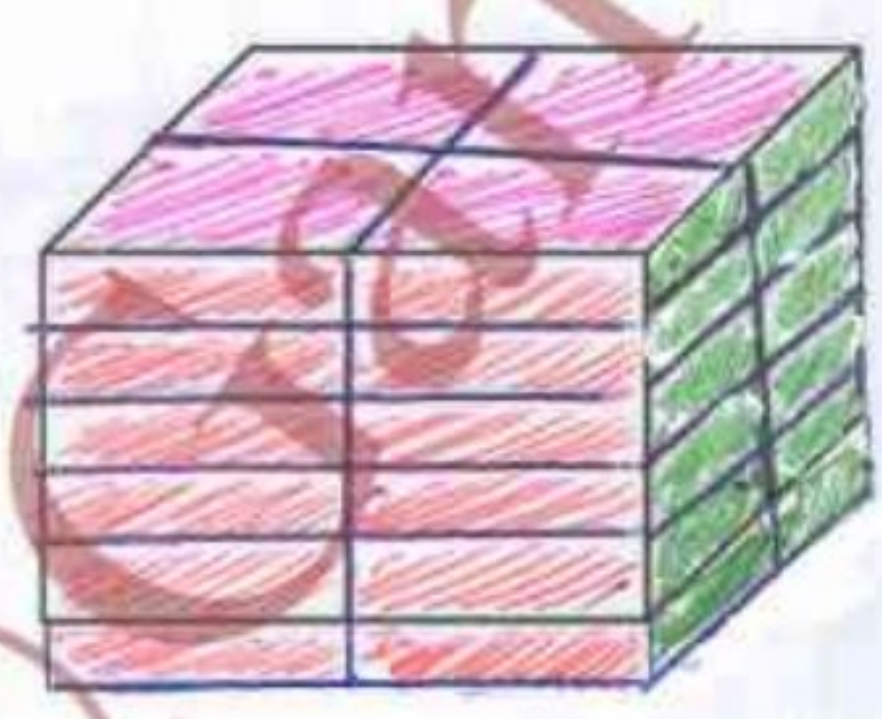
کار بر کاشی

فعالیت

۱- می خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی متر را با کاشی های مربعی بپوشانیم. ضلع این کاشی مربعی چه عددهایی می تواند باشد؟ چرا؟
چون بدون گسستن کاشی ها نمی توانیم این مستطیل را کاشی بچسبانیم. این اعداد شماره های مشترک ۱۶ و ۱۲ هستند. اگر بخواهیم کاشی های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟ ۴ زیرا کاشی به ضلع ۴ بزرگترین شماره های مشترک این دو عدد می باشد.

اگر بخواهیم کاشی های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچکترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟ ۱ چون ضلع کوچکترین کاشی بدون گسستن این مستطیل را پر می کند. کاشی به ضلع ۱ می باشد.

۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید. یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی متر جا می گیرد؟
در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



راهبرد رسم شکل

$$4 \times 2 \times 2 = 24$$

↓
جعبه های دستمال کاغذی

۲۵ عدد ۵۰ را می شمارد
۱۲ عدد ۲۴ را می شمارد
۵ عدد ۳۰ را می شمارد



عددهای زیر تجزیه شده اند، ب.م.م.های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12 \quad (12 \text{ و } 28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می شود،

دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ ترین پیمانه کدام است؟

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 12 = 2 \times 2 \times 3$$

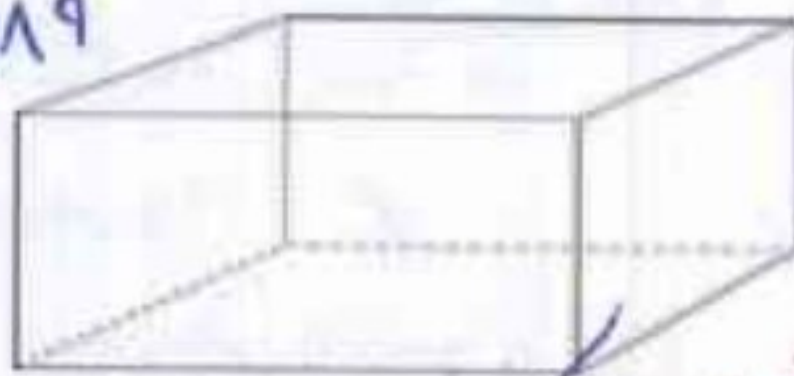
$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

شماره های ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲، ۱۸، ۳۶
شماره های ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲، ۱۸، ۳۶ برای این کار است

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی متر را با مکعب های مساوی پر کرده ایم.

بزرگ ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا

$$\frac{28 \times 36 \times 12}{6 \times 6 \times 6} = 189$$



$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$\xrightarrow{\text{بضرب}} 2 \times 2 = 4$$

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$$(a \text{ و } b) = 1$$

تعداد اعداد زوج مشترک

✓ اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می شود.

اعداد اول عدد یک است

✓ اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش پذیر باشند، عدد کوچک تر ب.م.م دو عدد است.

✓ کوچک ترین مقسوم علیه مشترک (ب.م.م) هر دو عدد ۱ است

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{35}{245} = \frac{5 \times 7}{5 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7}$$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$91 = 13 \times 7$$

$$117 = 13 \times 9$$

$$(91 \text{ و } 117) = 13$$

$$(216 \text{ و } 108) = 108$$

$$(121 \text{ و } 55) = 11$$

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n \quad (4, 4) = 4, (2, 2) = 2$$

• ب.م.م دو عدد a و b شمارنده دو عدد a و b است.

• اگر عدد a اول باشند، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می شود یا خود a.

کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب های مشترک بعدی را با دانستن اولین مضرب مشترک می توان پیدا کرد. کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد را به طور اختصار ک.م.م می گویند و به صورت [و] نمایش می دهند.

$$[4 \text{ و } 6] = 12$$

به عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ...

مضارب ۱۲: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸: ۳۶, ۷۲, ۱۰۸, ... $[12 \text{ و } 18] = 36$

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{18}$$

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{12}$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18 \text{ و } 12] = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به صورت تجزیه شده، نوشته شده اند.

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه ای بین شماره های اول دو عدد و ک.م.م آنها می بینید؟ توضیح دهید. حاصل ضرب مشترک ها و غیر مشترک ها

$$A = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 2$$

$$[A \text{ و } B] = 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 2$$

$$2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 2$$

$$2 \times 5 \times 3 \times 2 \times 5$$

۱- تساوی $6 \times 4 = 24$ را به صورت های مختلف می توان معنی کرد. جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده ۲۴ است. ششمین مضرب عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است. چهارمین مضرب عدد ۲۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۴ و ۶ قابل قسمت

است.

۲- یکی از مهم ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک ترین عددی را پیدا

می کنیم که به هر دو مخرج بخش پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع ها و تفریق ها را با کمک ک.م.م مخرج ها

به دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{15}{18} + \frac{8}{18} = \frac{23}{18}$$

$$[6 \text{ و } 9] = 18$$

$$\frac{7}{10} + \frac{9}{20} = \frac{14}{20} + \frac{9}{20} = \frac{23}{20}$$

$$[10 \text{ و } 20] = 20$$

$$\frac{10}{12} - \frac{7}{18} = \frac{25}{36} - \frac{14}{36} = \frac{11}{36}$$

$$[12 \text{ و } 18] = 36$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می کند.
 اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می کند. ساعت ۱۲ ظهر
 دو اتوبوس در خط های A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور
 هم زمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟ $\frac{6}{60}$ دقیقه بعد
 یعنی ساعت ۱۳ $[20, 30] = 60$

مضرب های عدد ۲۰ : ۲۰, ۴۰, ۶۰, ۸۰, ...
 مضرب های عدد ۳۰ : ۳۰, ۶۰, ۹۰, ...



۲- یک بیست دو میدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد.
 امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۲۵ دقیقه یک دور کامل
 بیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و
 امید با هم به همان نقطه شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده اند؟
 $[25, 21] = 105$

مضرب های ۲۵ : ۲۵, ۵۰, ۷۵, ۱۰۰, ۱۲۵, ۱۵۰, ۱۷۵, ...
 مضرب های ۲۱ : ۲۱, ۴۲, ۶۳, ۸۴, ۱۰۵, ...

۳- آیا ۲۱ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ $\frac{21}{7} = 3$ بله ، باقی مانده ی تقسیم ۲۱ بر ۷ برابر صفر می شود
 آیا ۴۲ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ $\frac{42}{7} = 6$ بله ، باقی مانده ی تقسیم ۴۲ بر ۷ برابر صفر است

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟
 ۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشند، عدد بزرگ تر ک.م.م دو عدد است. $[18, 6] = 18$

اگر ب.م.م دو عدد یک باشند، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است. $(9, 10) = 1 \Rightarrow [9, 10] = 90$

ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست. $(5, 7) = 1 \Rightarrow [5, 7] = 35$

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$[10, 1] = 10$ $n = [1 \text{ و } n]$

$[10, 10] = 10$ $n = [n \text{ و } n]$

ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است. $[12, 8] = 24$ ک.م.م از ۲۴ می باشد

حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

$$\underbrace{12 \times 8}_{96} = \underbrace{4 \times 24}_{96}$$

۶- به صورت ذهنی تساوی ها را کامل کنید.

$(20, 30) = 10$ $(5, 7) = 1$ $(15, 3) = 3$ $[12, 4] = 12$

$[30, 50] = 150$ $(38, 19) = 19$ $[15, 30] = 30$ $(4, 9) = 1$

$[4, 9] = 36$ $[3, 2, 7] = 42$ $(3, 2, 7) = 1$ $[4, 6] = 12$



مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدد اول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ م.م.ب □ م.م.ک □

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

□ پیدا کردن عددهای اول

□ نوشتن شمارنده‌های یک عدد

□ ساختن عددهای مختلف با شمارنده‌های اول

□ پیدا کردن شمارنده اول یک عدد

□ پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد

□ تجزیه عدد به شمارنده‌های اول

□ نوشتن مضرب‌های یک عدد

□ پیدا کردن م.م.ب دو عدد

□ رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

□ پیدا کردن م.م.ک دو عدد

کاربرد

از مفاهیم م.م.ب و م.م.ک در محاسبات کسری (ساده کردن و مخراج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید. 3 و 4 شمارنده‌های 12 هستند. 12 مضرب 3 و 4 هست.

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس م.م.ب و م.م.ک آنها را به دست آورید.

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad (72, 60) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

۳- عددهای اول بین 50 تا 80 را بنویسید.

$53, 59, 61, 67, 71, 73, 79$

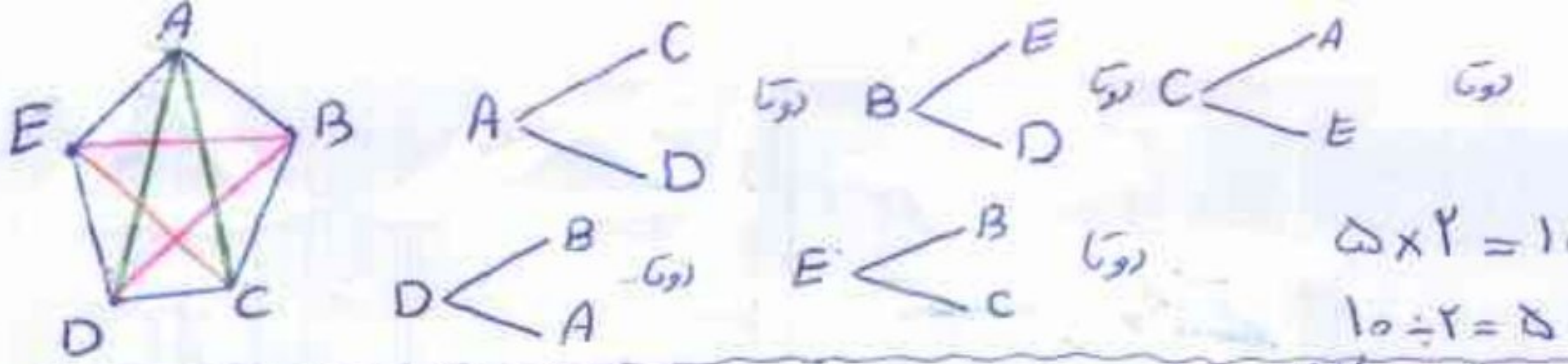
۴- با شمارنده‌های اول 2 و 3 دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها 6 و م.م.ک آنها 36 باشد.

$$(18, 12) = 6, [18, 12] = 36$$

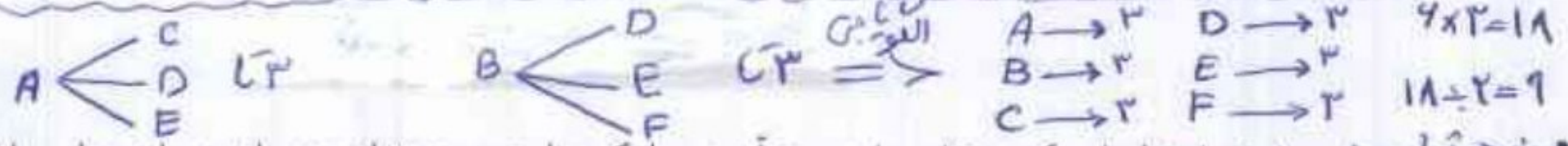
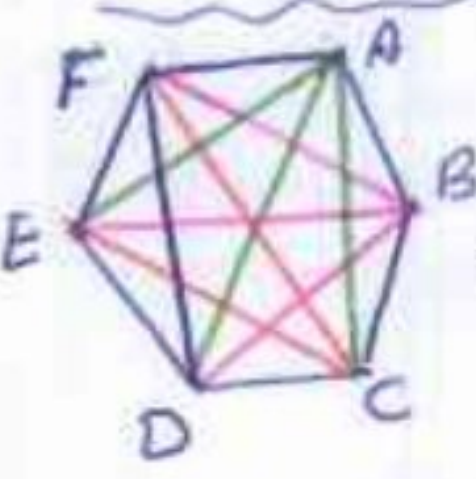
$$(4, 36) = 4, [4, 36] = 36$$

با استفاده از تجزیه
راهبرد حرف
معددهای
نا مطلوب

تمرین دووای ۳



$5 \times 2 = 10$
 $10 \div 2 = 5$



$4 \times 2 = 11$
 $11 \div 2 = 9$

چون هر قطر دو بار تکرار شده
 ۱- تعداد قطرهاى یک n ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید، از چه راهبردهایی برای حل این تکرار شده مسئله استفاده کردید؟ از هر رأس یک n ضلعی (n-۳) تا قطر می توان رسم کرد و با توجه به اینکه هر قطر دو بار تکرار شده داریم

تعداد قطر (ها) = $\frac{n \times (n-3)}{2}$

۲- اگر $x=5$ باشد، مقدار عددی عبارت جبری $\frac{2x+7}{3x-7}$ را به دست آورید.

$\frac{2x+7}{3x-7} = \frac{2 \times 5 + 7}{3 \times 5 - 7} = \frac{17}{8}$

۳- عبارت های جبری را ساده کنید.

$2a - 5b + 2b - 7b = 2a - 9b$

$9x - 8a + 2x - 2x = 8x - 8a$

$5a - 2a - 9a + 2b = -6a + 2b$

$2(a-b) - 3(b-a) = 2a - 2b - 3b + 3a = 5a - 5b$

۴- معادله های زیر را حل کنید.

$9x + 8 = -10$
 $\Rightarrow 9x = -10 - 8$
 $\Rightarrow 9x = -18$
 $\Rightarrow x = \frac{-18}{9} = -2$

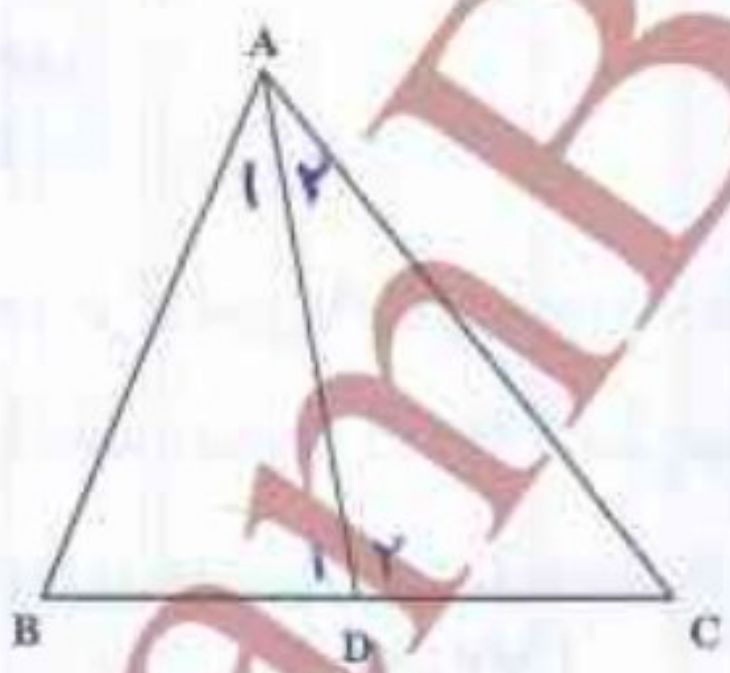
$4x - 4 = 8 \Rightarrow 4x = 8 + 4$
 $\Rightarrow 4x = 12$
 $\Rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$

$3x + 18 = -12 \Rightarrow 3x = -12 - 18$
 $\Rightarrow 3x = -30$
 $\Rightarrow x = \frac{-30}{3} = -10$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

چون حاصل یک عبارت جبری ممکن است به ازای مقادیر متفاوت برابر شود

۶- در شکل زیر تمام پاره خط ها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید. آنوسازی



پاره خط ها $(AB, AC, AD), (BD, BC), CD$

$(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{BAC})$

$(\hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{BDC})$

\hat{B}, \hat{C}

۷- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

$2 \times 3 \times 5 = 30$

راه حل خود را توضیح دهید.

روشن روم

به همان روش بالا تعداد پاره خط ها را درست آورید

سپس برای درست آوردن تعداد قطر (ها) (تعداد اضلاع - تعداد پاره خط ها) را

درست آورید

۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهار تا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و



۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۷, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, ۳۵, ۳۹, ۴۳, ۴۷, ۵۱, ۵۵, ...

۱, ۱۰, ۱۹, ۲۸, ۳۷, ۴۶, ۵۵, ... $[9, 4] = 36$



۹- دو عدد بنویسید که ۲ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۲ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر

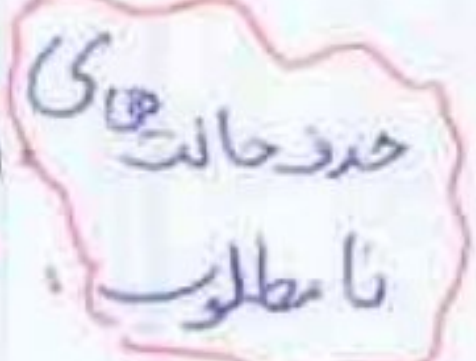


(۳۶, ۷۲)

نیز داشته باشد. ۷۲

۳۶ زده‌های ۳۶: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶

۱- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.



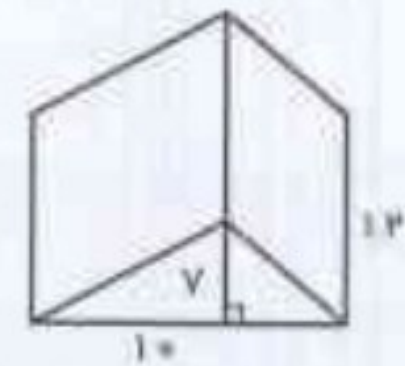
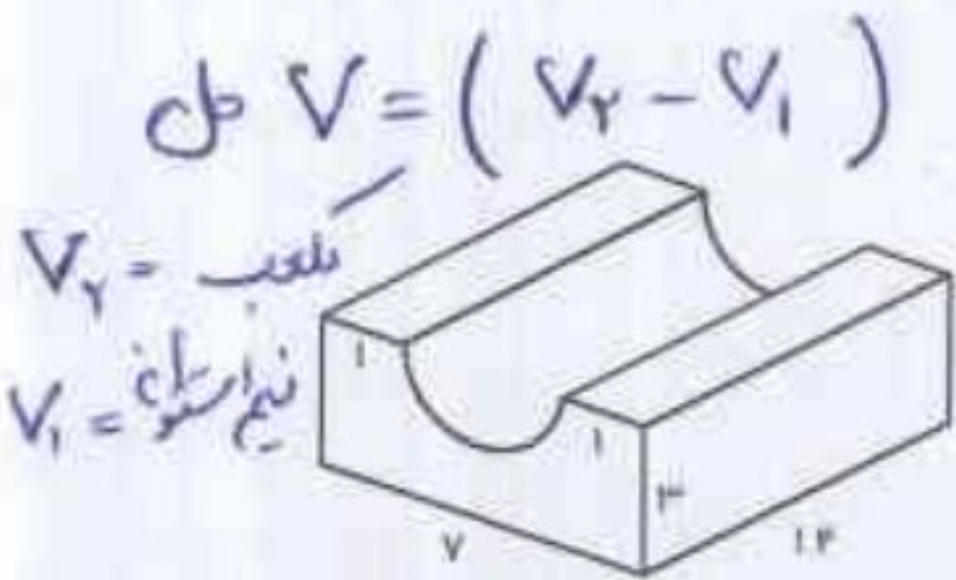
~~۸۱, ۸۲, ۸۳, ۸۴, ۸۵, ۸۶, ۸۷, ۸۸, ۸۹, ۹۰~~
~~۹۱, ۹۲, ۹۳, ۹۴, ۹۵, ۹۶, ۹۷, ۹۸, ۹۹~~

مصارف: ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ را حذف می‌کنیم

۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشند.

جواب: ۳۰

۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.



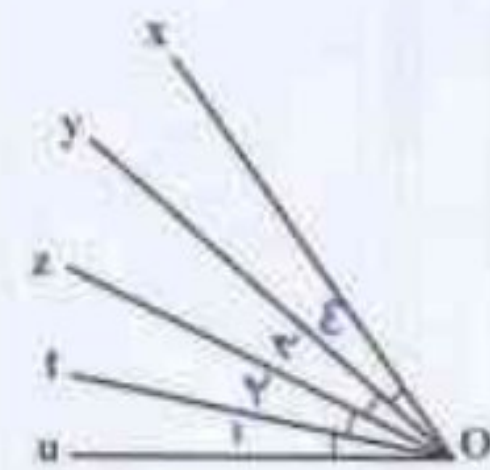
۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که فاعده آن شکل زیر و ارتفاعش = ۱ سانتی‌متر



باشد. $S_{\text{جانبی}} = \frac{S_{\text{جانبی استوانه}}}{2} + S_{\text{مستطیل}}$

$S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2 \times (S_{\text{نیم دایره}})$

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$AD = \dots + DE$

$u\hat{O}t + t\hat{O}z = u\hat{O}z$

$AB - DE = AD + \dots + EB$

$x\hat{O}u = \dots + y\hat{O}z$

$AE = \dots + AB$

$y\hat{O}u = \dots + x\hat{O}u$

$AC - CE + EB = AB$

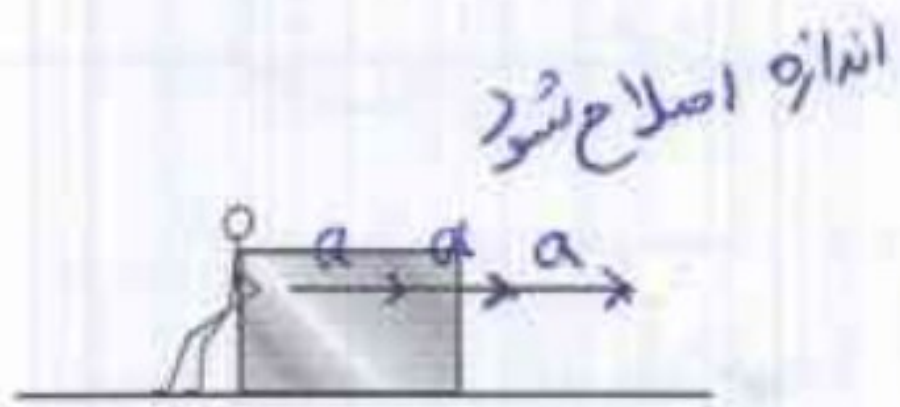
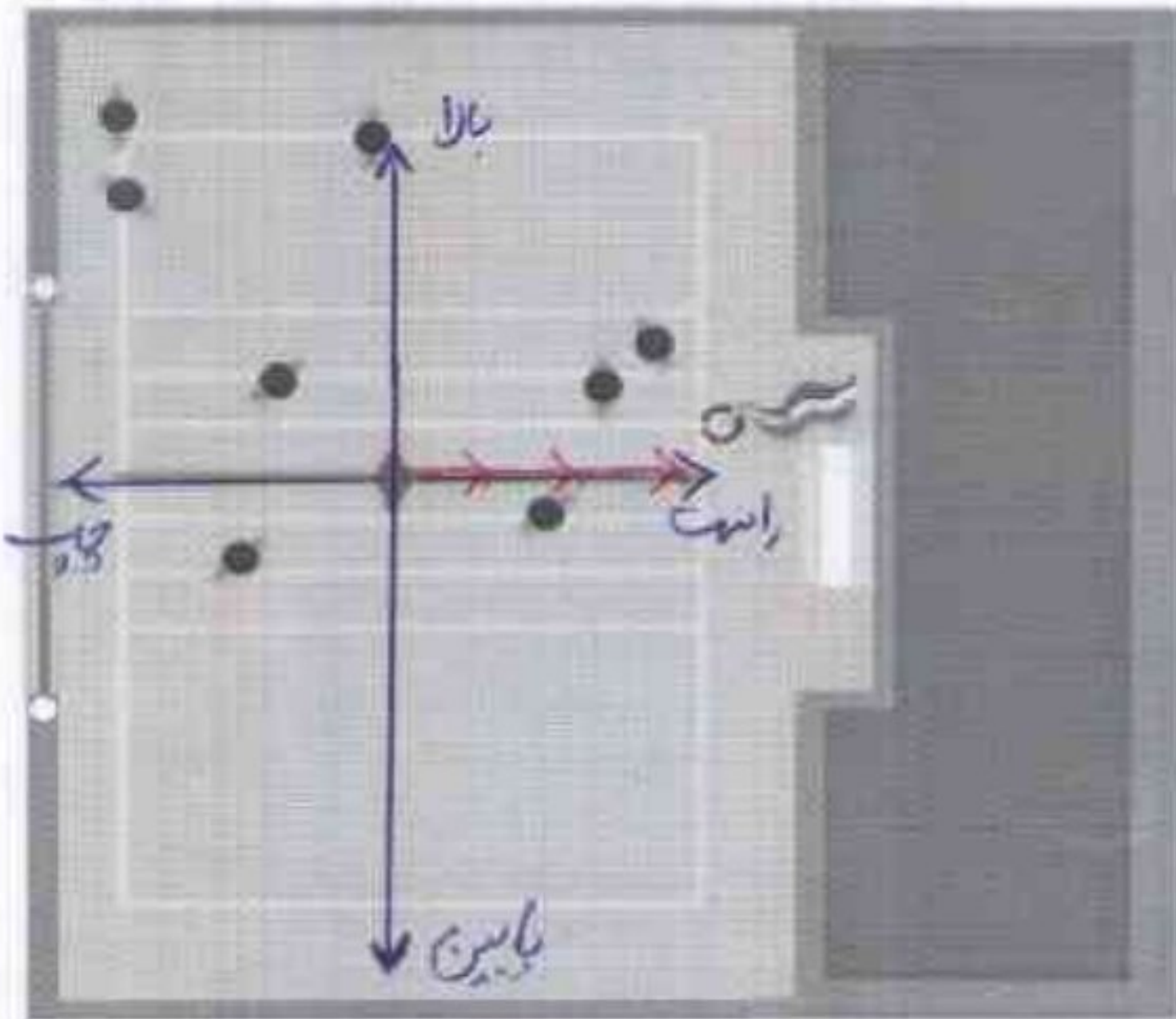
$y\hat{O}u - z\hat{O}t = y\hat{O}z + t\hat{O}u$

پاره خط جهت دار

۱- یک دانش آموز در حیاط مدرسه ایستاده است. در صفحه زیر این دانش آموز را با یک نقطه نشان داده ایم. این فرد در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می تواند حرکت کند؟ آنها را نشان دهید.

از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. حالا این فرد در چند جهت می تواند حرکت کند؟ روی آن مسیر (راستا) جهت ها را با فلش نشان دهید. برای حرکت این دانش آموز یک جهت انتخاب کنید.

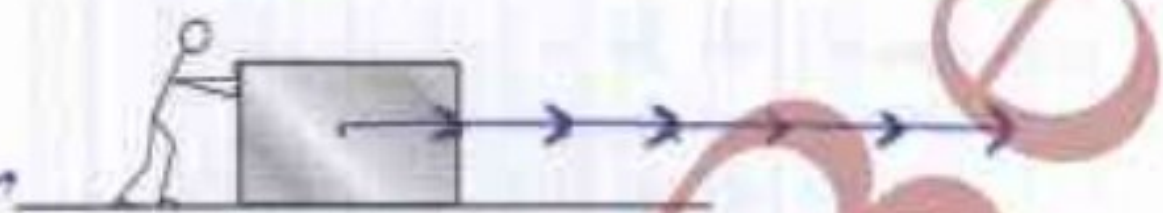
اگر هر قدم حرکت آن دانش آموز را با پاره خطی به طول --- نمایش دهیم روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.



۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می کند روی شکل مشخص شده است. اگر اندازه نیرویی که شخص

وارد کرده است را با ---^a نشان دهیم روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید. سه برابر واحد در راستای افق به سمت شرق (راستا) در شکل زیر همان شخص ۲ برابر نیرو به جسم وارد کرده است.



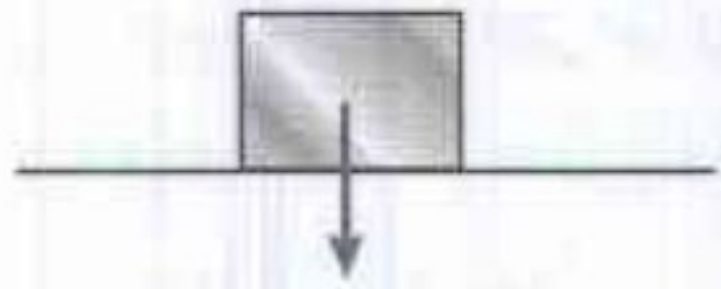
راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل مانند بالا نشان دهید. در همان راستا و در همان جهت و دو برابر آن

در مثال های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم. بردار \overline{OA} را به صورت \overline{OA} نشان می دهیم.

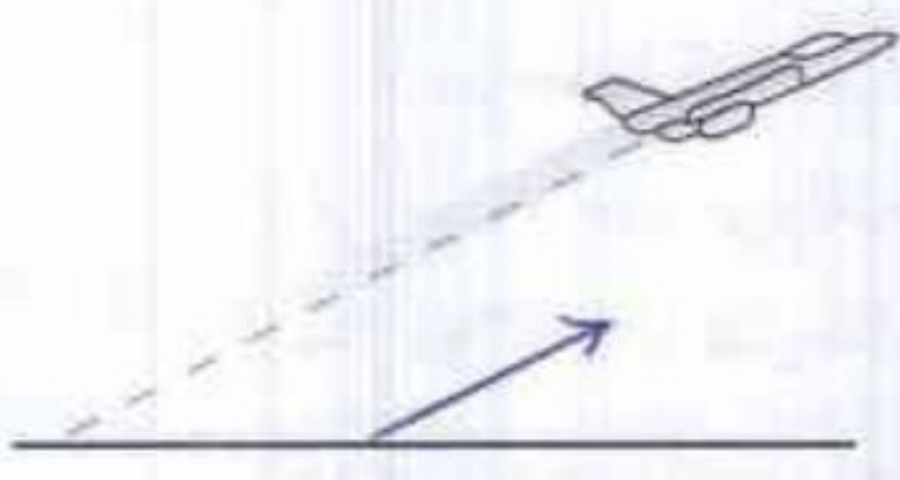


خوب: جهت نیرو

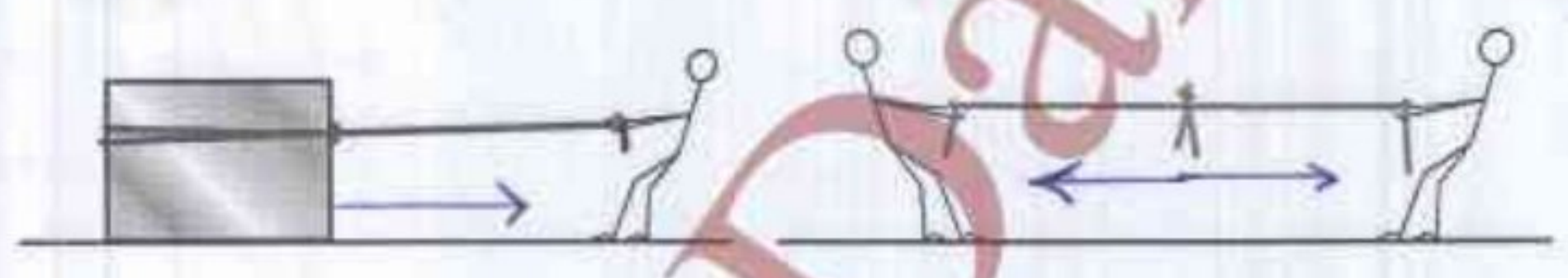
در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده در شکل‌های زیر بردار رسم کنید.



در این تمرین فقط جهت حرکت مهم است، اندازه مد نظر نیست



مسیر حرکت هواپیما



نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب‌کشی وارد می‌کنند. نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند.

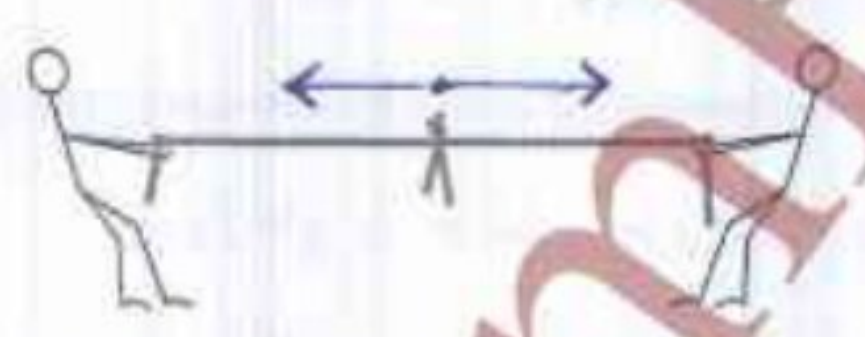
خوب: معترض، برآه‌های متضاد

۱- در شکل زیر دو نفر جعبه را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.



- آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟ بله
- جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند. مخالف هم می‌باشند
- اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید. اندازه‌ی نیروها با توجه به طول بردارها با هم مساوی‌اند

۲- دو دانش‌آموز در حال طناب‌کشی هستند.



اندازه‌ی نیروها مساوی است و در خلاف جهت هم می‌باشند زیرا در حالت اولیه قرار دارند

در فعالیت‌های بالا دو بردار قرینه یکدیگرند چون هم راستا و هم اندازه هستند ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.



MATH-HOME.IR

MATH-HOME.IR

MATH-HOME.IR

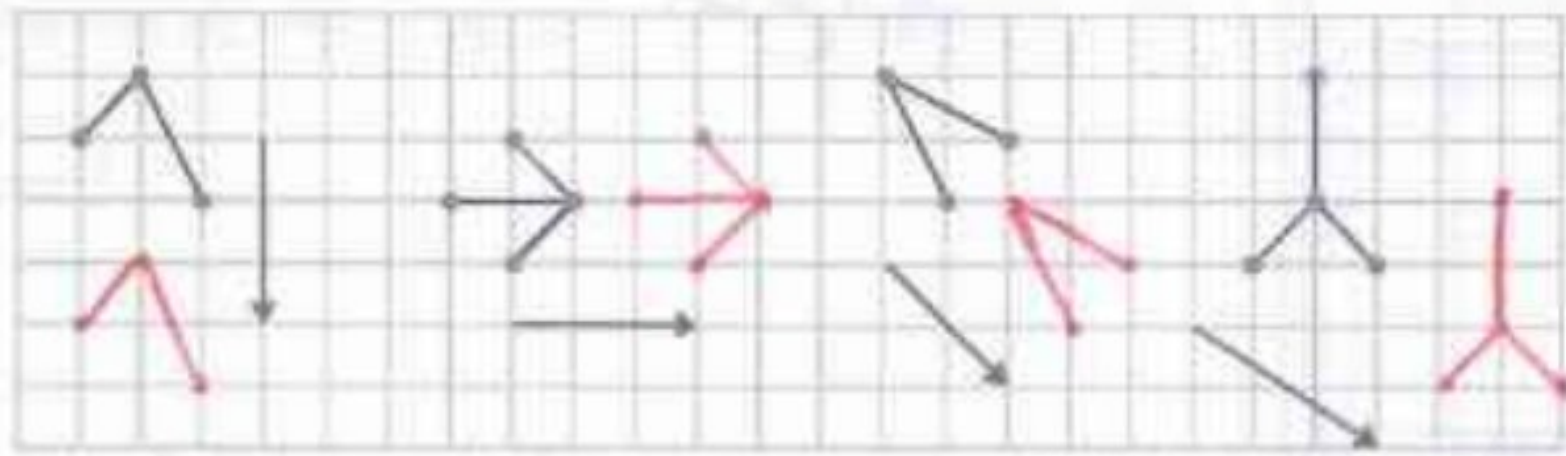
MATH-HOME.IR

@CamBeCam - Darsi

MATH-HOME.IR

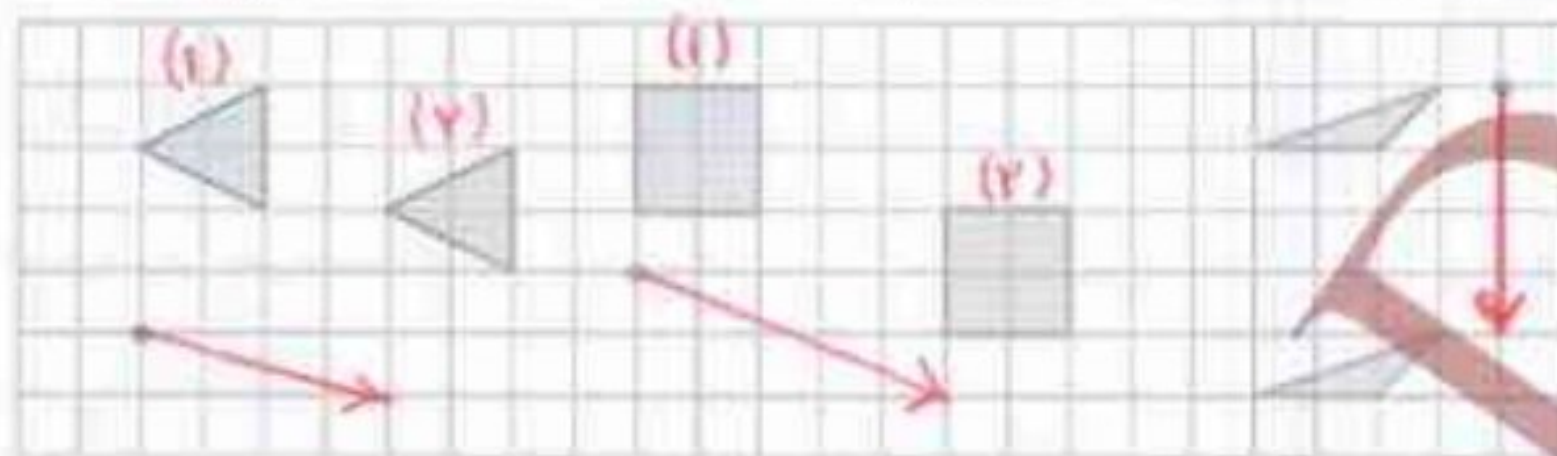
@CamBeCam - Darsi

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲- بردار انتقال مربوط به هر شکل را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید. متناظر با هر کدام یک جمع بنویسید.

قرینگی این بردارها
نیز می تواند درست
باشد



یا سنخ باز
دو برابر

انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

۳- مختصات مورد نظر را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$-2 + x = 3 \Rightarrow x = 5$$

$$1 + y = -4 \Rightarrow y = -5$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$x + (-1) = 2 \Rightarrow x = 3$$

$$y + 2 = -1 \Rightarrow y = -3$$

$$-6 + 2 = x \Rightarrow x = -4$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

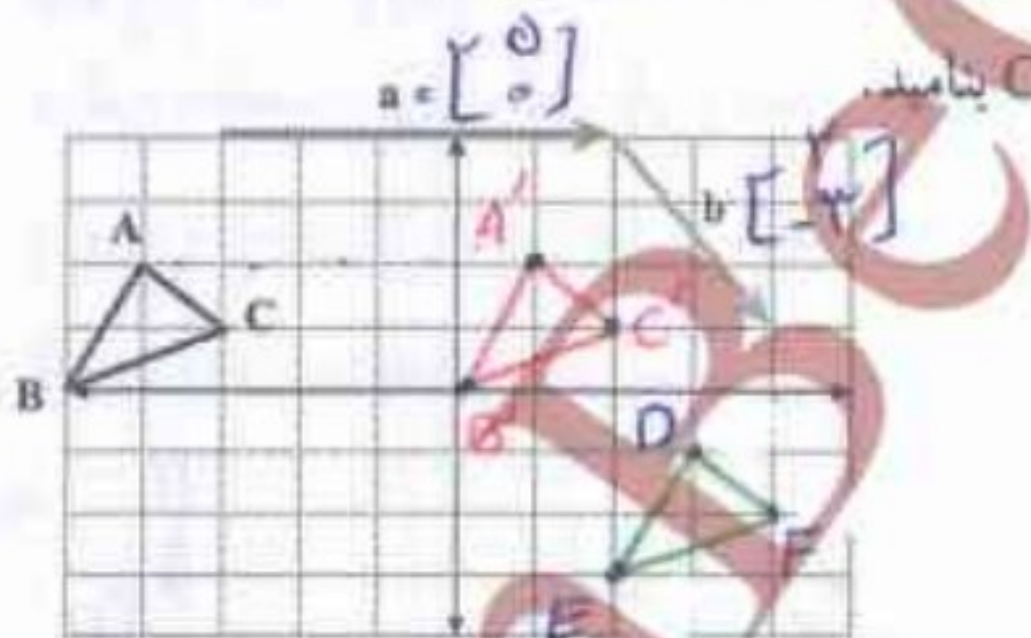
$$3 + (-1) = -y \Rightarrow y = -2$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$ پیدا کنید

$$\vec{AB} = B - A \Rightarrow \vec{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

مختصات بردار

نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید و آنها را A' و B' و C' بنامید.



$$A = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D, E, F نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

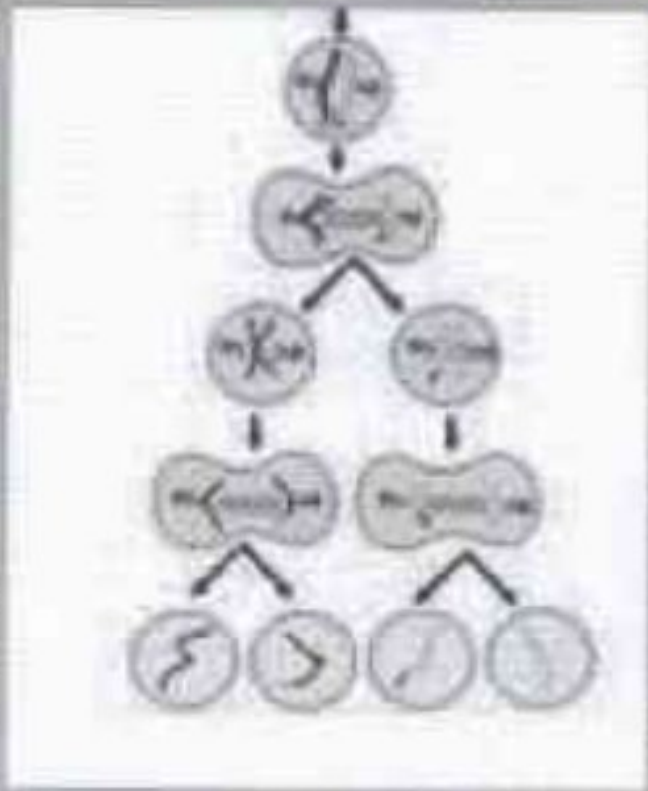
$$F = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

با چه برداری نقاط B, A, C مستقیماً به D, E, F منتقل می شوند؟

$$\vec{a} + \vec{b} = c, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$$

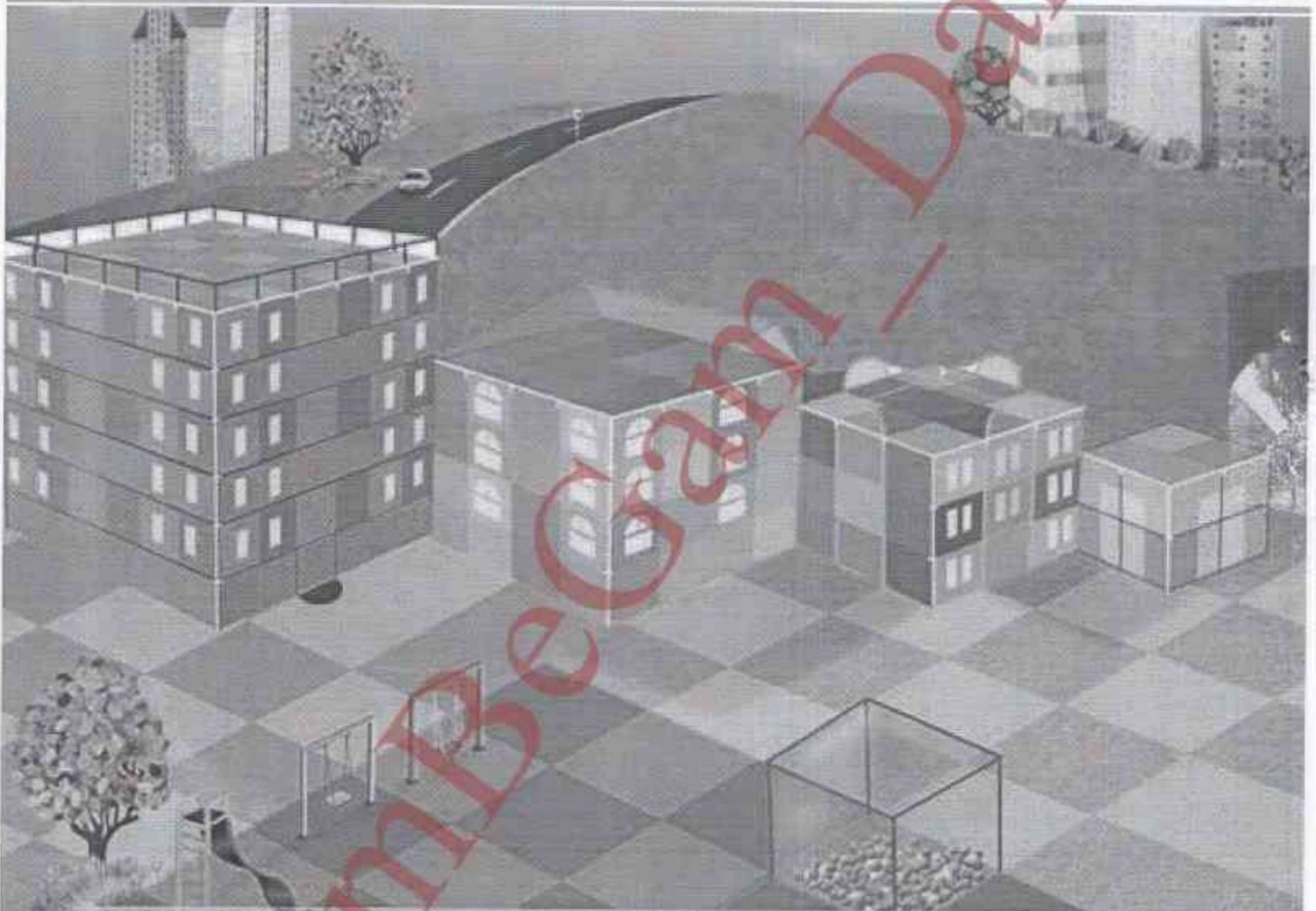
MATH-HOME.IR

@CamBeCam - Darsi



توان و جذر

فصل ۸



وقتی یک سلول به سلول‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار

می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند.

رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است

که جراحی پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین

سلول‌های مرده می‌شوند.

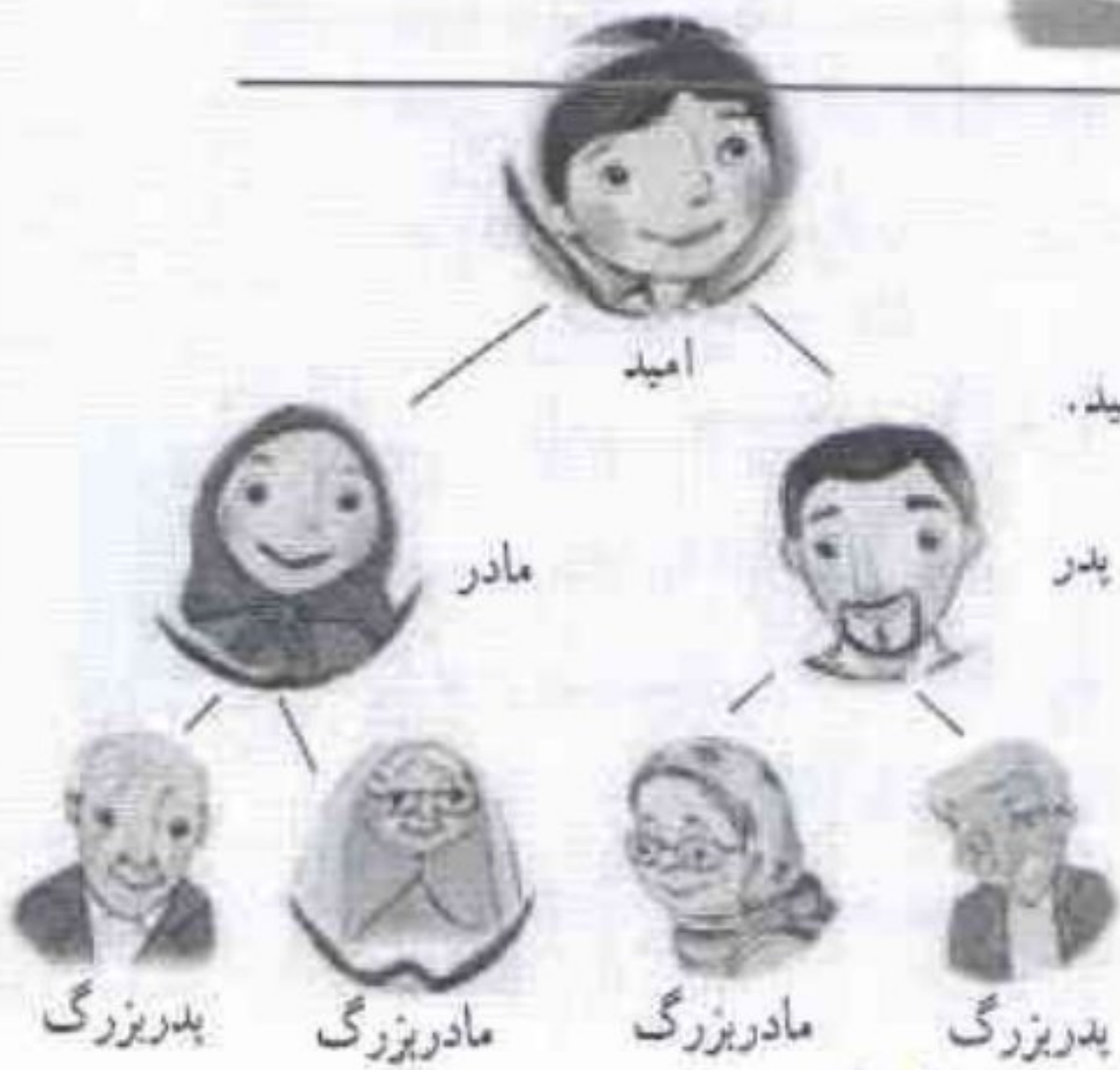
● تعریف توان

● محاسبه عبارت‌های توان دار

● ساده کردن عبارت‌های توان دار

● جذر و ریشه

تعریف توان



۱- امید می‌داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ‌ها و مادر بزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سوال خود شکل زیر را کشید.

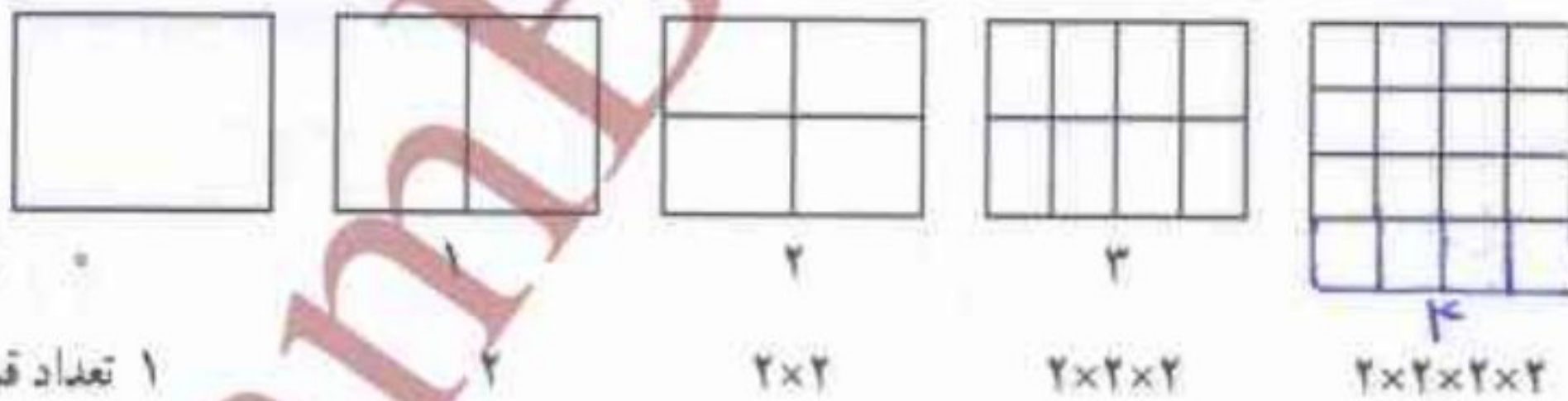
پدر و مادرها نسبت خویشاوندی ندارند

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟ **۸ نفر**
 ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نیره آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نیره می‌گویند). **۱۶ نفر**
 ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبه تعداد از ماشین حساب نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد در نسل n ام چند نفر است
 $(2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2) = 2^n$

امید	تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
فرزند	۲	۲	پدر و مادر
نوه	۴	2×2	پدر بزرگ و مادر بزرگ
نتیجه نیره	۸	$2 \times 2 \times 2$	نسل سوم
	۱۶	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل چهارم
	۱۲۸	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل هشتم

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در



تعداد قسمت‌ها می‌بینید؟

اصلا صبر کنید رریف اضافه شود

تعداد تا

۱ تعداد قسمت‌ها

$$(2 \times 2 \times \dots \times 2) = 2^n$$

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند تا قسمت خواهیم داشت؟

$$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 1024$$

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای n ام چند قسمت خواهیم داشت؟

$$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^n$$

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می نویسیم و آن را چنین می خوانیم: ۲ به توان ۵. در عبارت 2^5 ، ۲ را پایه و ۵ را توان می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می دادیم.

$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$

توان $\rightarrow 5$ پایه $\rightarrow 2$
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ (چنانچه رو به توان بیخ)

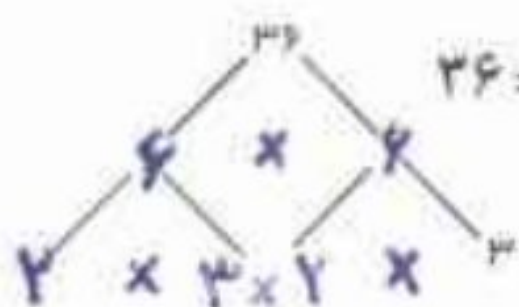
عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
$7+7$	2×7	دو ضرب در ۷	۱۴
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$	$(2/5)^3$	دو پنجم به توان ۳	۱۵/۱۲۵
$1 \times 1 \times 1$	1^3	یک به توان ۳	۱
$1+1$	2×1	دو ضرب در ۱	۲
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$	پنج سوم به توان ۲	$\frac{25}{9}$

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارت های زیر را به صورت ساده بنویسید.

$4 \times 4 \times 4 = 4^3$
 $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5$
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$
 $a \times a \times a = a^3$ $b \times b = b^2$

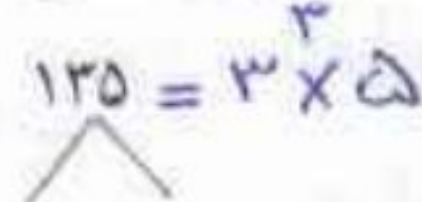
۲- عدد های داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$



$144 = 2^4 \times 3^2$



$135 = 3^3 \times 5$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$4^2 = 64$ ~~x~~ $5^2 = 14$ ~~x~~ $5^2 = 5 \times 2 \times 5 = 25$ ~~x~~ $(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$ ~~x~~ $(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$ ~~x~~ $3^4 = 81$ ~~x~~
 $2^2 = 3^2$ ~~x~~ $1 \neq 9$ ~~x~~ $4^2 = 18$ ~~x~~ $(\frac{3}{1})^2 = \frac{4}{81}$ ~~x~~ $(\frac{3}{1})^2 = \frac{4}{81}$ ~~x~~ $(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$ ~~x~~ $(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$ ~~x~~

۴- تساوی ها را کامل کنید.

$a \times a \times a \times a = a^4$ $b^2 = b \times b \times b$ $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$
 $\frac{a \times a \times a}{b} = \frac{a^3}{b}$ $x \times x = x^2$ $(y+x)(y+x) = (y+x)^2$
 $(ab)^2 = ab \times ab$ $\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^3}{y^5}$

۵- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم

می شوند و این کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۷	n
تعداد سلول	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$
به صورت توان دار	2^1	2^2	2^3	2^4	2^7	2^n



$$11^0 = 1 \rightarrow 1 \quad 0+1=1$$

$$11^1 = 11 \rightarrow 2 \quad 1+1=2$$

$$11^2 = 121 \rightarrow 3 \quad 2+1=3$$

$$11^3 = 1331 \rightarrow 4 \quad 3+1=4$$

الگویابی
 \Rightarrow بین عدد ۱۱
 رقم دار (۱۲+۱=۱۳)

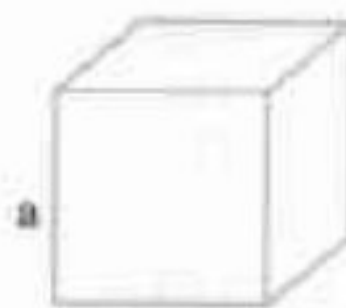
۱- با توجه به شکل های زیر مساحت و حجم های خواسته شده را با عبارت های توان دار جبری نمایش دهید.



$$S = a \times a = a^2$$



$$S = 2/1 \pi \times r \times r = \pi r^2$$



$$V = a \times a \times a = a^3$$



$$V = a^2 b$$

۲- جمله های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

$(a \neq 0)$

$$1^a = 1$$

✓ هر عدد به توان یک برابر خودش می شود: $a^1 = a$

✓ یک به توان هر عدد برابر یک می شود:

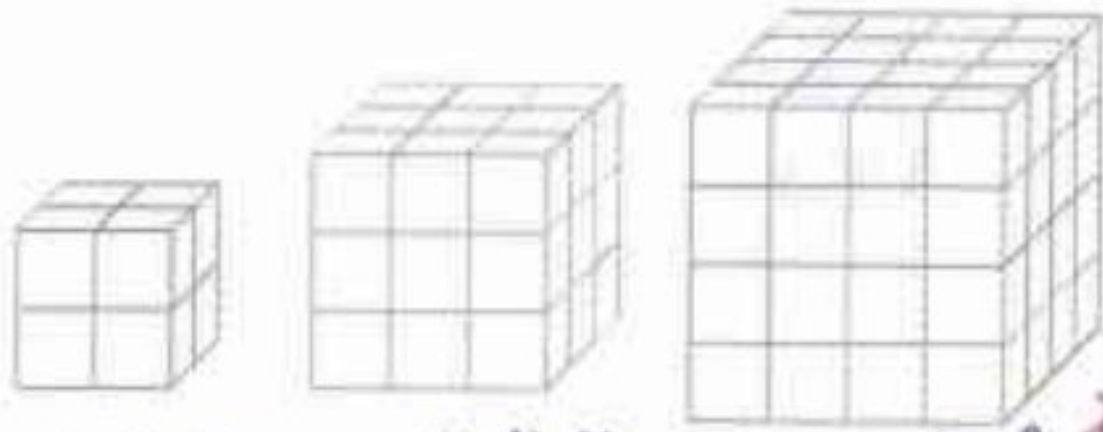
✓ مجذور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲: $a^2 = \text{مجذور } a$

✓ مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳: $a^3 = \text{مکعب } a$

$$0^a = 0$$

✓ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با صفر: $0^a = 0$

۳- تعداد مکعب های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد



$$2 \times 2 \times 2 = 8 \quad 3 \times 3 \times 3 = 27 \quad 4 \times 4 \times 4 = 64$$

مکعب n تایی = n^3

توان دار نشان دهید.

۴- حاصل هر عبارت توان دار را به دست آورید.

$$2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4^2 = 16 \quad 5^2 = 25 \quad 6^2 = 36 \quad 7^2 = 49$$

$$8^2 = 64 \quad 9^2 = 81 \quad 10^2 = 100 \quad 11^2 = 121 \quad 12^2 = 144$$

مکعب دو = ۸ مکعب یک = ۱

$$\frac{2^3}{5^2} = \frac{8}{25} \quad \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} \quad \frac{2^4}{7} = \frac{16}{7} \quad 0/2^2 = 0/04$$

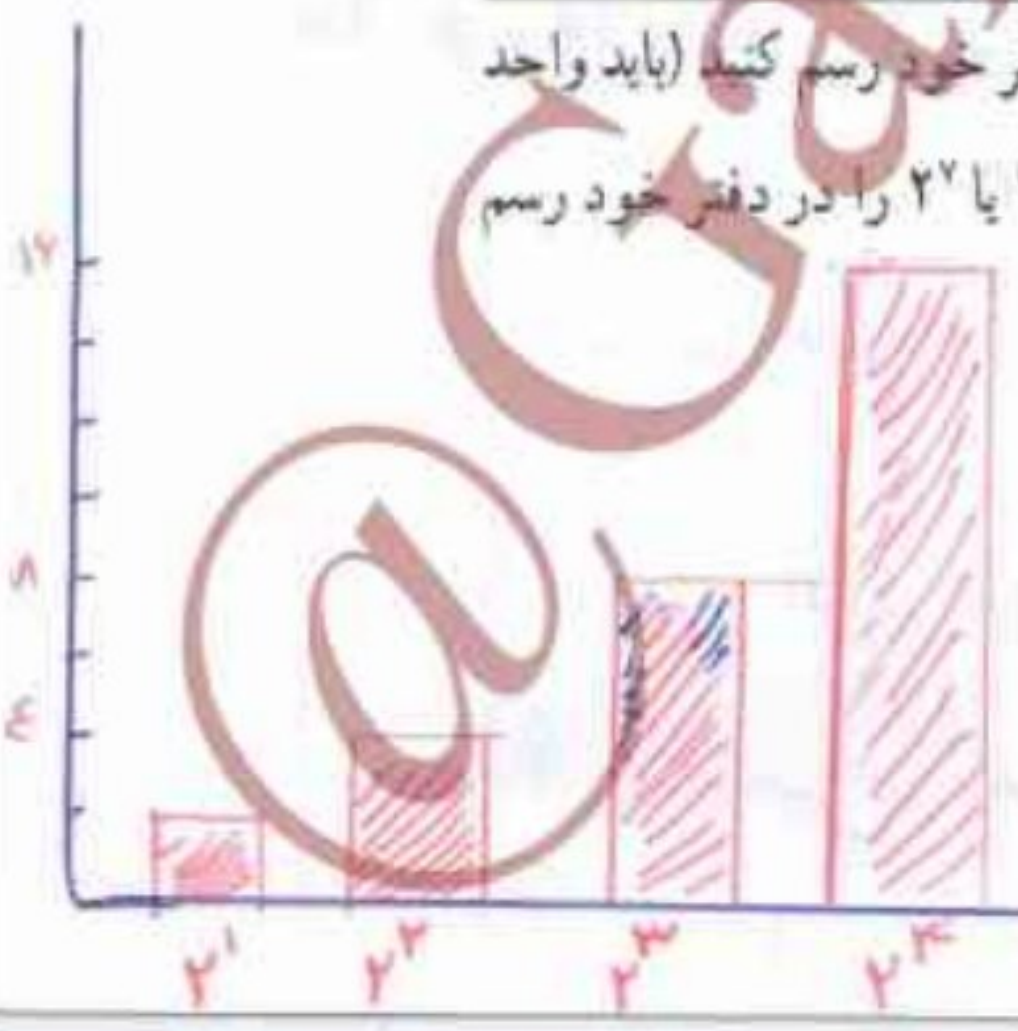
$$0/1^2 = 0/001 \quad 1/7^2 = 1/49 \quad 2/11^2 = 2/121 \quad 0/5^2 = 0/25$$

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$

۶- حاصل عددهای $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد

مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می توانید 2^4 یا 2^5 را در دفتر خود رسم



کنید؟ چرا؟ تقریباً غیر ممکن است یا نه سعی می توان این کار را انجام داد

۷- عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

راهنمای الگویابی برای ضرب

$$11^{12} \approx 10^{12} = 1000000000000$$

بین ۱۳ رقم دار 10^6

$$11^{12} = 3,138,428,374,721$$

آموزش الیبتها (یادآوری)

۳۳

تغیبات

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته‌اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می‌شود. با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2^3 \times 4 + 10}{9^2 - 5^2} = \frac{8 \times 4 + 10}{81 - 25} = \frac{32 + 10}{56} = \frac{42}{56} = \frac{3}{4}$$

ساده کردن محاسبه جمع و تفریق محاسبه ضرب محاسبه توان‌ها

محاسبه‌های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times 9 - (4 + 2) = 9 - 6 = 3$$

$$\frac{10 + (2 - 6) + 9 \times 4}{25 + 35} = \frac{10 + 2 + 36}{60} = \frac{48}{60} = \frac{4}{5}$$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 = 32 + 9 = 41 \quad 2^5 \times 3^2 = 32 \times 9 = 288 \quad 2^5 - 3^2 = 32 - 9 = 23$$

$$2^5 \div 8 = 32 \div 8 = 4 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \quad 5^2 - 5 \times 2 = 25 - 10 = 15$$

$$\frac{425 - 14}{100} = \frac{409}{100} \quad \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{4}{25} \quad \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$2^2 - 3^2 + 1^5 = 4 - 9 + 1 = -4 \quad 5^2 + 1^5 + 0^5 = 25 + 1 + 0 = 26$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 2^2 + 3^2 \quad \times \quad 25 \neq 13 \quad (4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2 \quad \checkmark \quad 144 = 9 \times 16 \Rightarrow 144 = 144$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{22}{32} \quad \times \quad \frac{4}{9} \neq \frac{22}{32} \quad 5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2 \quad \times \quad 5 \times 36 \neq 30^2 \Rightarrow 180 \neq 900$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^2 \quad \times \quad 100 \neq 10000 \quad 2^2 \times 2^2 = 2^4 \quad \checkmark \quad 8 \times 14 = 128$$

۳- نحوه محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8 = 256 + 64 = 320$$

① چون الیبت اول توان است پس ابتدا حاصل 2^8 را محاسبه می‌کنیم

② و سپس 8^2 را محاسبه می‌کنیم

③ حاصل را با هم جمع می‌کنیم

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را محاسبه کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

اصلاح شود

$$-(2 \times 2 \times 2) = -8$$

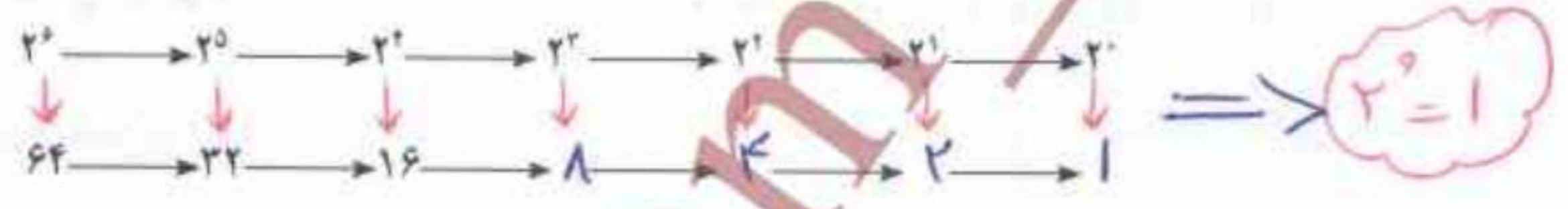
$$-2^3 = 2 \times 2 \times 2 = -8$$

$$-2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.



۴- ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید. اعداد توان‌دار در ردیف اول با عدد مناسبت‌شان در ردیف دوم به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

برابری باشند، مثال $2^5 = 32$

هر عدد به توان صفر (به غیر صفر) برابر یک است $\Rightarrow 2^0 = 1$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = -9$$

$$(-5)^2 = +25$$

$$-1^5 = -1$$

$$(-1)^5 = -1$$

$$(-1)^2 = 1$$

$$-1^2 = -1$$

$$7^0 = 1$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^0 = 1$$

$$(-9)^0 = 1$$

$$0^0 + 1/1^0 = 0 + 1 = 1$$

$$4 + 2^0 = 4 + 1 = 5$$

$$-1^0 = -1$$

$$2^2 = 4$$

$$(-2)^2 = -4$$

$$5^0 = 1$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

$$2^0 \text{ } \textcircled{<} \text{ } 2^1$$

$$7^0 \text{ } \textcircled{<} \text{ } 7^1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \text{ } \textcircled{<} \text{ } 2^1$$

$$(-2)^0 \text{ } \textcircled{=} \text{ } (-2)^1$$



۱- کدام درست و کدام نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$(2+2)^2 = 2^2 + 2^2 \quad \times$$

$$1 \neq 2$$

$$2 + 2^2 = 6 \quad \times$$

$$2 + 1 \neq 6$$

$$\left(\frac{2}{2}\right)^2 > \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \quad \checkmark$$

$$1 > \frac{1}{4}$$

$$2^2 + 3^2 + 5^2 = 1 \quad \times$$

$$1 + 1 + 1 \neq 1$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 > 1 \quad \checkmark$$

$$1 + 1 > 1$$

$$4^2 < (-2)^2 \quad \checkmark$$

$$1 < 4$$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^2 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 = 2000 + 400 + 70 + 2 = 2472$$

$$5 \times 10^2 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 5000 + 0 + 10 + 9 = 5019$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس توانی نمایش دهید.

$$2225 = 2000 + 200 + 20 + 5 = 2 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

$$9207 = 9000 + 200 + 0 + 7 = 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

۳- به جای n عددهای 1 تا 5 را قرار دهید و در عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده کنید.

n	1	2	3	4	5
4^n	$4^1 = 4$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$	$4^5 = 1024$
n^4	$1^4 = 1$	$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$

$$4^{10} = 1,048,576$$

$$10^4 = 10000$$

برای $n=10$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای توان‌دار را محاسبه می‌کنند. برای

مثال 2^3 به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه

راه دیگری برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟

$$2 \times 2$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2 \quad \Rightarrow (-2)^2 - 2^2 + (-2) \times 2 = 4 - 4 + (-4) = -4$$

$$a^2 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2 \quad \Rightarrow 1^2 - 2 \times (-2)^2 + 1 \times (-2) = 1 - 8 - 2 = -9$$



ضرب اعداد توان دار
با پایه های برابر

ساده کردن عبارت های توان دار

فعالیت

۱- زهره می خواست مسئله هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش آموزان مساحت مستطیل به طول 2^4 و عرض 2^3 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۳}}$$

سپس با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه گیری شما را با یک تساوی نشان دهید.

$$2^4 \times 2^3 = 2^7$$

$$5^2 \times 5^4 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 5^6$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$4^2 \times 4^3 = \underbrace{4 \times 4}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 4^5$$

$$7^2 \times 7^3 = \underbrace{7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{7 \times 7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 7^5$$

$$x^2 \times x^3 = \underbrace{x \times x}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{x \times x \times x}_{\text{مرتبۀ ۳}} = x^5$$

$$a^2 \times a^4 = \underbrace{a \times a}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{a \times a \times a \times a}_{\text{مرتبۀ ۴}} = a^6$$

با توجه به تساوی های بالا یک رابطه برای ساده کردن عبارت های توان دار با پایه های مساوی بنویسید.

۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت توان دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان دار بنویسید.

$$2^7 = 2^5 \times 2^2$$

$$2^7 = 2^4 \times 2^3$$

$$2^7 = 2^2 \times 2^2 \times 2^3$$

$$5^7 = 5^4 \times 5^3$$

$$5^7 = 5^3 \times 5^4$$

$$5^7 = 5^2 \times 5^3 \times 5^2$$

$$\begin{matrix} b & c & b+c \\ a \times a & = & a \end{matrix}$$

باسخ نازاری

۱- حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$5^2 \times 5^2 = 5^4$$

$$(-2)^2 \times (-2)^2 = (-2)^4 = 2^4$$

$$(-4)^1 \times (-4)^0 = (-4)^1$$

$$7^2 \times 7 = 7^3$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^0 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}^1$$

$$1/5^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1/5^2$$

۲- با باز کردن عبارت توان دار جواب را ساده تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^2 = 3^2 \times 3^0 = 9 \times 1 = 9$$

$$2^2 = 2^2 \times 2^0 = 4 \times 1 = 4$$

$$5^2 = 5^2 \times 5^0 = 25 \times 1 = 25$$

۳- اگر $2^1 = 1024$ باشد حاصل 2^{12} را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کرده و دوباره به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$2^2 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 =$$

$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 3) \times (4 \times 4) = (3 \times 4) \times (3 \times 4) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times 5^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 5 \times 5 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 5 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times 5$$

$$a^2 \times b^2 = a \times a \times b \times b = (a \times b) \times (a \times b) = x \times x \times y \times y = (xy)^2$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن عبارت‌های توان دار با توان‌های مساوی به دست آورید. پایه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$2^2 \times 3^2 = 6^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 3^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$(-2)^2 \times (-1)^2 = (+2)^2 = 2^2$$

$$(-2)^2 \times 3^2 = (-6)^2$$

$$x^2 \times y^2 = (xy)^2$$

$$(ab)^2 = a^2 \times b^2$$

$$6^2 = (2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$$

۳- به تساوی‌های رویه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان دار زیر را باز کنید.

$$10^2 = (2 \times 5)^2 = 2^2 \times 5^2$$

$$10^2 = 2^2 \times 5^2$$

$$12^2 = 2^2 \times 3^2 \times 3^2 = 2^2 \times 3^4$$

$$(xy)^2 = x^2 \times y^2$$

$$(xyz)^2 = x^2 \times y^2 \times z^2$$

$$30^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$5^2 \times 5^2 \times 7^2 = 5^4 \times 7^2 = 35^4$$

$$7^2 \times 7^2 \times 9^2 = 7^4 \times 9^2 = 63^4$$

ضرب یا پایه‌های مساوی ضرب یا توان‌های مساوی

$$2^2 \times 4^2 \times 3^2 \times 2^2 = 12^2 \times 12^2 = 12^4$$

$$(2^2 \times 3^2 \times 5^2) \times (2^2 \times 3^2 \times 5^2) = (2^2 \times 3^2) \times (3^2 \times 2^2) \times (5^2 \times 5^2)$$

$$= 2^4 \times 3^4 \times 5^4 = 30^4$$

$$2^a \times 2^b = 2^{a+b}$$

۲- عبارت توان دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

به جای a و b عددهای 3 و 5 و یک بار 4 و 7 قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

$$2^4 \times 2^7 = 2^{11}$$

$$4+7=11$$

$$5+3=8$$



توان عدد ۲	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
شماره‌ی عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
تعداد ارقام	۱	۱	۲	۲	۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷	۷	۸	۸	۹

مستطاب ۳ یک بار تکرار شده است

$$\text{تعداد ارقام} = \left[\frac{3n}{5} \right] + 1$$

پاسخ ناز است

$a = 5$
 $b = 3$
 $c = 2$

۱- در تساوی های زیر به جای a و b و c عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی های عددی بسازید.
 $a^b \times a^c = a^{b+c}$ $5 \times 5 = 5^{2+2}$ $a^c \times b^c = (a \times b)^c$ $5 \times 3 = (5 \times 3)^2$

۲- با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به صورت توان دار بنویسید.
 $121 = 11 \times 11 = 11^2$ $256 = 2^8$ $441 = 3^2 \times 7^2$ $1000 = 2^3 \times 5^3$

۳- مسئله های طرح کنید که پاسخ آنها: 2^2 (الف) 2×2 (ب) 5^0 باشد (ج) آورید.
 (د) حجم یک مکعب به ضلع ۲ چند است؟ (ب) مساحت مستطیلی به طول عرض ۲ و ۳ را بدست آورید.

۴- عددهای توان دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.
 $4^0, 3^5, 9^2, 8^1, 6^0$

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$2^2 \times 4^2 = 4^{12}$ ✗ $3^2 \times 2^2 = 6^5$ ✗ $2^3 + 2^2 = 6^2$ ✗ $4^4 + 8 \neq 2^{14}$
 $2^2 \times 4^2 = 4^4$ ✓ $3^2 \times 2^2 = 6^2$ ✓ $4^1 + 3^1 = 7^1$ ✓ $4 + 3 = 7$
 $(-2^2) \times 7^2 = (-14)^2$ ✓ $(\frac{2}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^3 = (\frac{2}{3})^5$ ✓

۶- کدام یک از عبارت های زیر $(\frac{2}{3})^2$ را نشان می دهد؟

$\frac{2}{3} \times 3$ $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3} + 3$
 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ $\frac{2+2+2}{3}$ $\frac{3 \times 2}{3}$

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سوال ها را جواب دهید.

۲	۴	۸	۱۶	۳۲	۶۴	۱۲۸	۲۵۶	۵۱۲	۱۰۲۴	۲۰۴۸	۴۰۹۶	۸۱۹۲	۱۶۳۸۴	۳۲۷۶۸	۶۵۵۳۶	۱۳۱۰۷۲	۲۶۲۱۴۴	۵۲۴۲۸۸	۱۰۴۸۵۷۶	
۱	۲	۴	۸	۱۶	۳۲	۶۴	۱۲۸	۲۵۶	۵۱۲	۱۰۲۴	۲۰۴۸	۴۰۹۶	۸۱۹۲	۱۶۳۸۴	۳۲۷۶۸	۶۵۵۳۶	۱۳۱۰۷۲	۲۶۲۱۴۴	۵۲۴۲۸۸	۱۰۴۸۵۷۶

تعداد ارقام

حاصل عبارت 4096×65536 را به صورت توان دار بنویسید.
 $4^8 \times 4^8 = 4^{16}$

تعداد رقم های 4^{10} را پیش بینی کنید. 4^{10} چند رقمی می شود؟ چرا؟ 13 رقمی است.

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$1^2 - 0^2 = 1^2$ $2^2 - 1^2 = 2^2$ $3^2 - 2^2 = 3^2$ $4^2 - 3^2 = 4^2$ $5^2 - 4^2 = 5^2$ $6^2 - 5^2 = 6^2$

۹- در جای خالی یکی از عمل های + یا - یا \times یا \div را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$2^0 \div 8 = 4$ $3^2 + 7^2 = 58$ $(-7)^2 + 8^1 = 3^2$ $2^2 \div 16 = 2^2 + 3^1$

$$\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 - \left[\frac{(n-1)n}{2} \right]^2 = n^3$$

اصلاحیه
 فرمول منتهایی

$$(1+2+3+\dots+n)^2 - (0+1+2+3+\dots+(n-1))^2 = n^3$$

جذر و ریشه

فعالیت

۱- یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های 25×50 سانتی‌متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۲- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

$$10 \times 10 = 100 \quad x \quad 12 \times 12 = 144 \quad \checkmark$$

$$11 \times 11 = 121 \quad x$$

۳- جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳	۴	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	۹	$\frac{7}{2}$	$\frac{11}{6}$	۲۰	$\frac{1}{9}$
مساحت مربع	۹	۱۶	۲,۲۵	$\frac{4}{25}$	۸۱	۵۴,۷۶	$\frac{121}{36}$	۴۰۰	$\frac{1}{81}$

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟ *خیر، مجذور هیچ عددی ۱۵ نمی‌شود*

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$$

$$x^2 = 15$$

با کمک ماشین حساب، حدس و آزمایش عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد. *وجود ندارد*

در تساوی $3^2 = 9$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می‌نامند. آیا ۳- نیز

$$(-3) \times (-3) = 9 \quad \text{ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟ بله}$$

پس ۳- هم جذر یا ریشه‌ی دوم عدد ۹ می‌باشد

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	۴۹
ریشه دوم (جذر)	۳ و -۳	۵ و -۵	$\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$	۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$	$(-5)^2 = 25$ $5^2 = 25$	$(-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$	$(-7)^2 = 49$ $7^2 = 49$

کار در کلاس

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با ۳^۲ و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با ۳^۲ (-) نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه دوم از نماد $\sqrt{\quad}$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.

اصلاح شود

ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

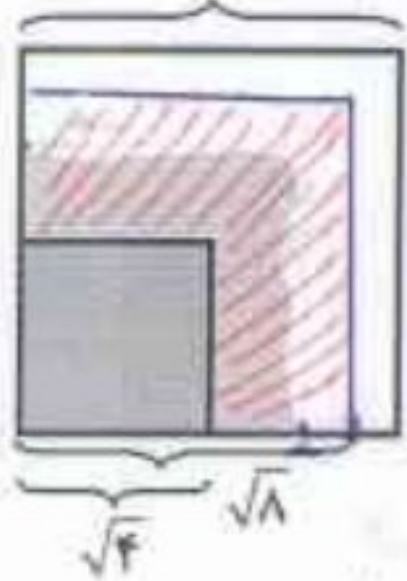
$$\begin{array}{cccc} \sqrt{16} = 4 & -\sqrt{16} = -4 & \sqrt{36} = 6 & -\sqrt{81} = -9 \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} & -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5} & \sqrt{49} = 7 & \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9} \end{array}$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{cccccc} \sqrt{25} = 5 & \sqrt{25} > 5 \times & \sqrt{25} = 5 \checkmark & \sqrt{25} = 5 \times 2 \times & \sqrt{25} = 25 \times & \\ \sqrt{25} = 5^2 \times & \sqrt{25} = -5 \times & -\sqrt{25} = -5 \checkmark & \sqrt{25} < 5 \times & & \end{array}$$

در این درس منظور از جذرها همان جذر مثبت است

۱- مربع به مساحت‌های ۸.۴ و ۹ سانتی متر مربع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز



نسل اصلاح شود

$$\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$$

مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.

به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

۲- به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را

کامل کنید.

مربع کامل قبلی	عدد	مربع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است
۱۶	۱۷	۲۵	$\sqrt{17}$ بین دو عدد ۴ و ۵ است
۴۹	۶۱	۶۴	$\sqrt{61}$ بین عددهای ۷ و ۸ است
۲۵	۳۰	۳۶	$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است

$\sqrt{28}$ به $5/3$ نزدیک تر است یا $5/2$

$$\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36} \Rightarrow 5 < \sqrt{28} < 6$$

۱- می خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.

الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک تر است؟ چرا؟ عدد ۵ چون ۲۸ به ۲۵ نزدیک تر است

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید: $\sqrt{28} \approx 5/2$ (اصافه (نیازی نیست) حواشی در نظر گرفته شود که با ماشین حساب مطابقت دارد

عدد	۵	۵/۱	5/2	5/3	5/4
مجدور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

با ماشین حساب انجام شود

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید. راهبرد حدس و آزمون

$\sqrt{20} \approx$ $\sqrt{14} \approx$ $\sqrt{8} \approx$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی معناست؟ $\sqrt{-25} = ?$

چون حاصل ضرب دو عدد مثبت و یا دو عدد منفی، عددی مثبت است

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست اند؟

- $\sqrt{5} > 4$ ✗
- $\sqrt{6}$ بین ۷ و ۵ است ✗
- $\sqrt{15} < \sqrt{21}$ ✓
- $\sqrt{12} < 4$ ✓
- $\sqrt{40}$ بین ۷ و ۵ است ✓
- $\sqrt{3} > 2$ ✗

۳- به جای \square در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{9}$ ، $-\sqrt{4}$ ، $\sqrt{1}$ ، $-\sqrt{1}$ ، $\sqrt{4}$ و $-\sqrt{9}$ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و -۷ ریشه های $\dots\dots\dots 49$ هستند. ب) مجذور عدد صفر همان $\dots\dots\dots$ است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه $\dots\dots\dots$ مثبت است.

د) هر عدد مثبت دارای $\dots\dots\dots 2$ ریشه دوم است که یکی از آنها $\dots\dots\dots$ دیگری است.

۵- جذر تقریبی $\sqrt{30}$ را به دست آورید.

اصلاح شود

$\sqrt{40}$ $\sqrt{30}$ $\sqrt{500}$ $\sqrt{1000}$

@Ganji

جذر $\sqrt{81}$ برابر است با
۹ (۱) ۳ (۲)

-۳ (۳)

±۳ (۳)

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- توان • پایه • مجذور • مکعب • جذر • جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبهٔ عدد توان دار
- محاسبهٔ یک عبارت توان دار با رعایت ترتیب
- محاسبهٔ عبارت توان دار با پایه‌های منفی
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیهٔ عددها
- ساده کردن یک عبارت توان دار
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی
- تأثیر پرانتز در محاسبهٔ عبارت توان دار
- توان صفر
- مفهوم مجذور و مکعب

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبهٔ سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^2 + 0)^1 + 2^2 \times 3^2 - 1^2 = (1 + 0)^1 + 4 \times 9 - 1 = 1 + 36 - 1 = 4^2$$

۲- عبارت توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$(0.25)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4^5} = 2^25 \quad 4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^3 = 24 \times 24 = 24^2$$

۳- جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید.

$$\sqrt{32} \approx 5.6$$

۴- ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} = 7$$

$$-\sqrt{25} = -5$$

$$5 < \sqrt{32} < 6$$

عدد	۵	۵٫۱	۵٫۲	۵٫۳	۵٫۴	۵٫۵	۵٫۶	۵٫۷
مجذور	۲۵	۲۶٫۱	۲۷٫۴	۲۸٫۹	۲۸٫۹	۲۹٫۱۶	۳۰٫۲۵	۳۲٫۴۹

① کم شدن سود $\frac{100}{100} a \times \frac{100}{100} a = \frac{96}{100} a^2 = 96\% S \Rightarrow 100\% - 96\% = 4\%$

$a = 30$ $\frac{20}{100} \times 30 = 6$ $S_1 = 900$ $S_2 = 24^2 = 576$
 $900 - 576 = 324$

دانش دوم: راهبرد مثال

$x \mid 324$
 $100 \mid 900$
 $\Rightarrow x = 36\%$

تمرین های دوره ای ۴

$a = 10 \rightarrow \frac{10}{100} \times 10 = 1$
 $S_1 = 100$ $S_2 = 99$
 $100 - 99 = 1\%$

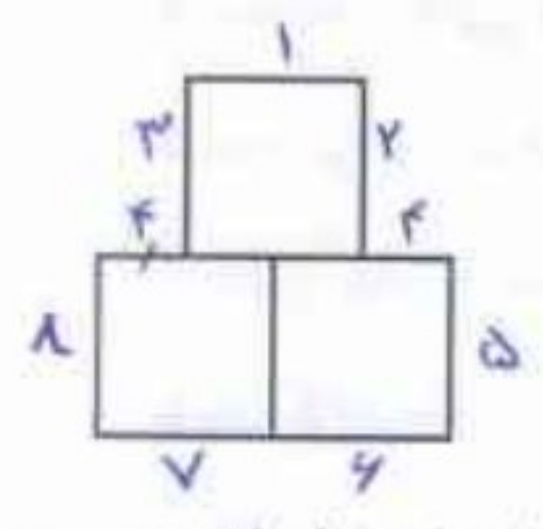
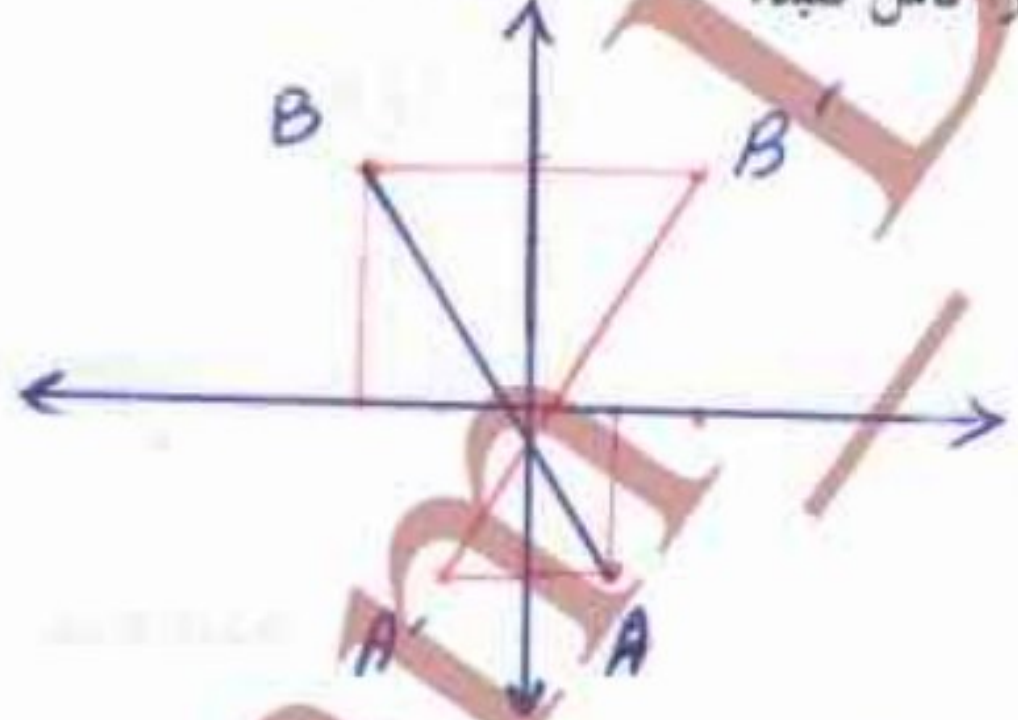
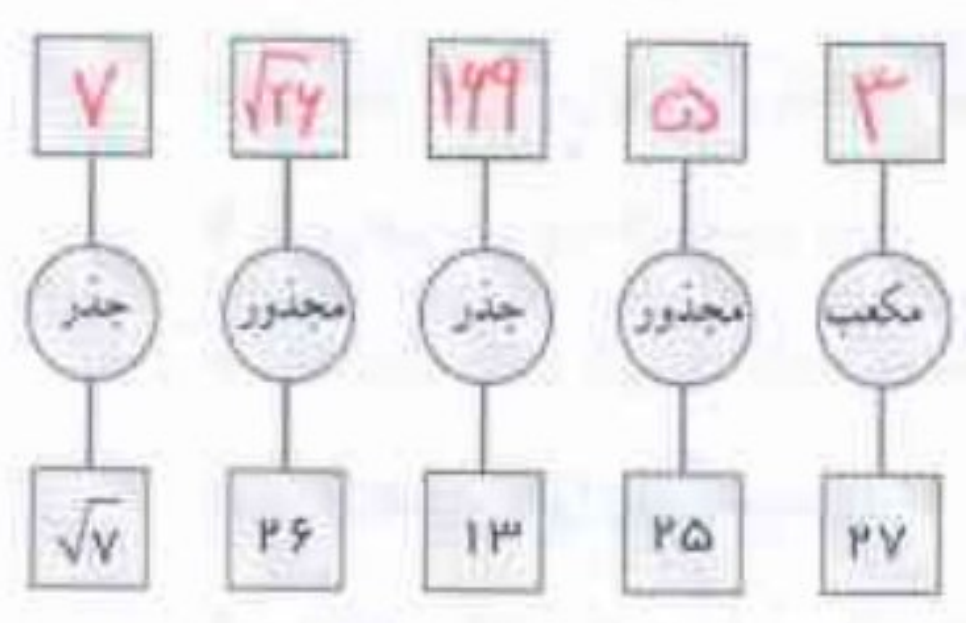
$\frac{(+49) \times (-65)}{(+13) \times (-35)} = +$
 $(-4-3) \div (-7) =$

$\frac{(-24) \times (-35)}{(-21) \times (-20)} = +$
 $\frac{24 \times 35}{21 \times 20} = +$
 $\frac{8 \times 7}{7 \times 4} = +2$
 $(7-18) \times (-2) =$

۲- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با a^2 . اگر از ضلع مربع 20% کم کنیم. مساحت مربع چند درصد کم می شود؟
 ۳- الگوی زیر را توصیف کنید و چهار عدد بعدی آن را بنویسید.

توان های عددی $5, 25, 125, 625, 3125, 15625, 78125$
 $\times 5 \quad \times 5 \quad \times 5$

۴- نمودارهای زیر را کامل کنید.



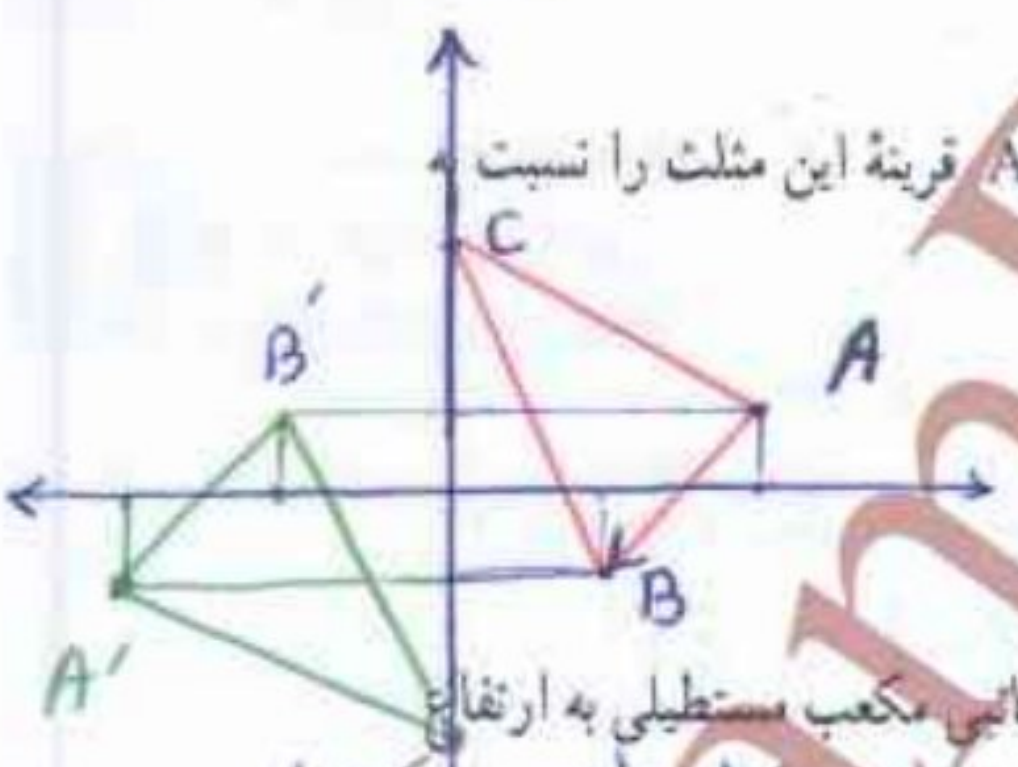
۵- مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید. (سه مربع مساوی هستند).
 $75 \div 3 = 25$ $5 \times 3 = 12$ $8 \times 5 = 40$
 $\sqrt{25} = 5$ $12 - 4 = 8$ $اصلاص ماند 5$

۶- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید و پاره خط AB را رسم کنید. قرینه این پاره خط را نسبت

به محور عرض ها پیدا کنید و مختصات رأس های A' و B' را بنویسید.

۷- مختصات سه رأس مثلث ABC عبارت اند از $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ قرینه این مثلث را نسبت

مبدأ مختصات پیدا کنید.



$\vec{AB} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$
 $\vec{A} + \vec{AC} = \vec{C}$
 $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

مختصات بردار AB را بنویسید.

جمع متناظر با بردار AC را بنویسید.

۸- مساحت جانبی استوانه ای به ارتفاع ۱۰ و شعاع قاعده ۳ بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع

$S_{\text{جانبی استوانه}} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 10 \times 10}{2} = \frac{3600}{2} > 1$
 $S_{\text{جانبی مکعب}} = 4 \times 3 \times 10$
 ۱۰- که قاعده اش مربعی به ضلع ۳ است؟
 ۹- آیا اگر هر عدد را به توان ۲ برسانیم، از خودش بزرگ تر می شود؟ چرا؟

۱۰- حاصل ضرب های زیر را بنویسید.

$2x \times 3x = 6x^2$ $-4n^2 \times 7n = -28n^3$ $-5n \times n^2 \times 8n^3 = -40n^6$

$15 \rightarrow 15^2 = 225$
 $15 > 225$

خیر ۹

x	x ² - 3x	نتیجه
0	0	کم است
1	1 - 3 = -2	~
2	4 - 6 = -2	~
3	9 - 9 = 0	~
4	16 - 12 = 4	~
5	25 - 15 = 10	~

$2x \times 3x = 6x^2$

x	x ² - 3x	نتیجه
4	16 - 12 = 4	✓
-1	1 + 3 = 4	کم است
-2	4 + 6 = 10	~
-3	9 + 9 = 18	✓

$-6x^2 \times 7x = -42x^3$ $-2x \times x^2 \times 8x^2 = -16x^4$

۱۱- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$2(x+1) - 2(1-x) = 4x$

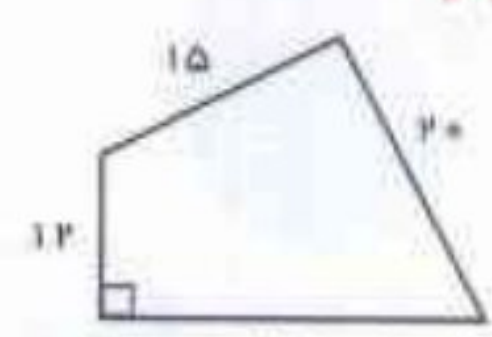
$2(x-1) + 3x - 1 - x = 4x - 3$

$2(x'y - xy') - 2(y'x - yx') = 2x^2y' - 2xy^2 - 2y'x + 2yx' = x^2 - 4x + 1$

۱۲- با راهبرد حدس و آزمایش پاسخ معادله $x^2 - 3x = 18$ را به دست آورید.

$x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-3 \end{cases}$

۱۳- قاعده یک منشور به صورت زیر است. اگر ارتفاع این منشور ۱۰ سانتی متر باشد، حجم و مساحت جانبی و مساحت کل آن را پیدا کنید.



پس حجم را هم می توانیم محاسبه کنیم

۱۴- عبارت توان دار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$(-\frac{1}{2})^4 \times (\frac{6}{5})^7 \times (1\frac{1}{5})^2 = (-\frac{1}{2})^4 \times (\frac{6}{5})^9$

$144 = 2 \times 3^2$

۱۵- عدد ۱۴۴ را تجزیه کنید و به صورت توان دار بنویسید.

$[24, 36] = 72$

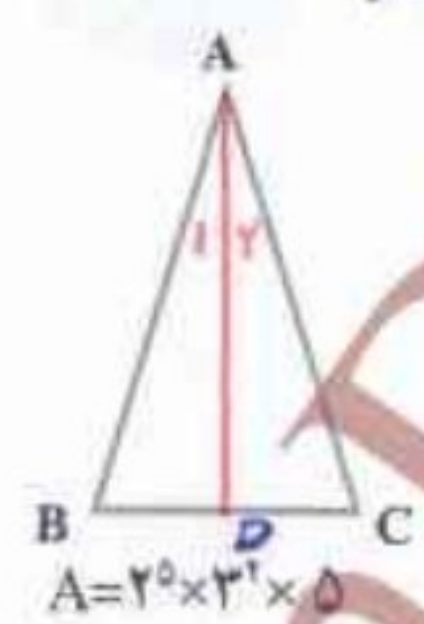
$[12, 48] = 48$

$(24, 36) = 12$

$(12, 48) = 12$

$[50, 35] = 350$ $(50, 35) = 5$

۱۷- مثلث ABC متساوی الساقین است. نیمساز زاویه A را رسم می کنیم. چرا این نیمساز ضلع BC را نصف می کند؟



$\left. \begin{array}{l} A_1 = A_2 \text{ (تعیین نیمساز)} \\ AD = AD \\ AB = AC \text{ (فرض)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(من فرض)}} \triangle ABD = \triangle ACD \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} BD = CD$

۱۸- ب.م.م. و ک.م.م دو عدد A و B را به دست آورید.

$B = 2^3 \times 3^5 \times 7$

$(A, B) = 2^3 \times 3^2$

$[A, B] = 2^5 \times 3^5 \times 7$

- کلاس ششم
- تعریف علم آمار
 - جدول داده‌ها
 - جواب خط
 - انواع نمودارها



در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع آوری، سازمان دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر انواع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:

نمودار خط شکسته برای نشان دادن تغییرات در یک مدت مشخص

تغییرات دما

نمودار ستونی برای مقایسه تعداد

نوع کتاب

نمودار دایره‌ای برای نشان دادن تعداد داده‌ها نسبت به کل

سطح زیر کشت کشاورزی یک مزرعه

نمودار تصویری برای مقایسه داده‌های تفریق

همیشه جواب کوفت

هر نشان دهنده ۵۰۰ رأس است.



این نمودار همیشه جواب کوفت باشد

اگر تعداد داده‌های جمع آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازمان‌دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا بر حسب سانتی متر مشخص شده

است. (۴۰ = n)

۱۶۲	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۳	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۲	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۶۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳	۱۳۰	Min

Max

کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند. $Max - Min =$ دامنه تغییرات

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به دست آید.

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

طول هر دسته = $\frac{دامنه تغییرات}{تعداد دسته‌ها}$

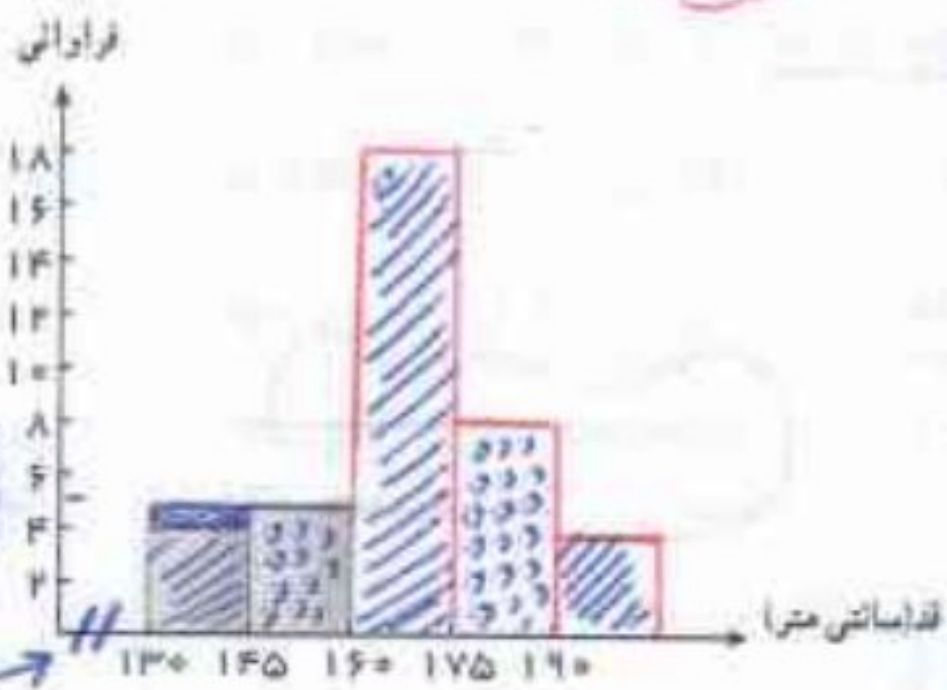
$\frac{۷۵}{۵} = ۱۵$

معنای $۱۳۰ \leq x < ۱۴۵$ را توضیح دهید. چه تفاوتی بین $<$ و \leq وجود دارد؟

داده‌هایی که بزرگ‌تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچک‌تر از ۱۴۵ است

فعالیت

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$130 \leq x < 140$	###	5
$140 \leq x < 150$	###	5
$150 \leq x < 160$	#####	18
$160 \leq x < 170$	###	8
$170 \leq x < 180$	###	4
مجموع		40

اصطلاح

زمانی که داده‌ها پیوسته باشند در نمودار ستونی ها را به هم می‌چسبانیم و نام نمودار، نمودار مستطیلی (هیستوگرام) است

با توجه به فعالیت بالا به سوال‌های زیر پاسخ دهید.
 ۱- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.
 ۱۴۵ تا ۱۶۰ می‌باشد - ۱۸ نفر قدشان بین ۱۴۰ تا ۱۷۵ است - ۸ نفر قدشان بین (۱۷۵ تا ۱۹۰) است و...
 ۲- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

۱۶۰ تا ۱۷۵
 ۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟ بیشتر ترین فراوانی در رده سنی سوم (۱۶۰-۱۷۵) وجود دارد
 کمترین تعداد داده در رده سنی پنجم قرار دارد (۱۸۰-۲۰۵)
 ۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

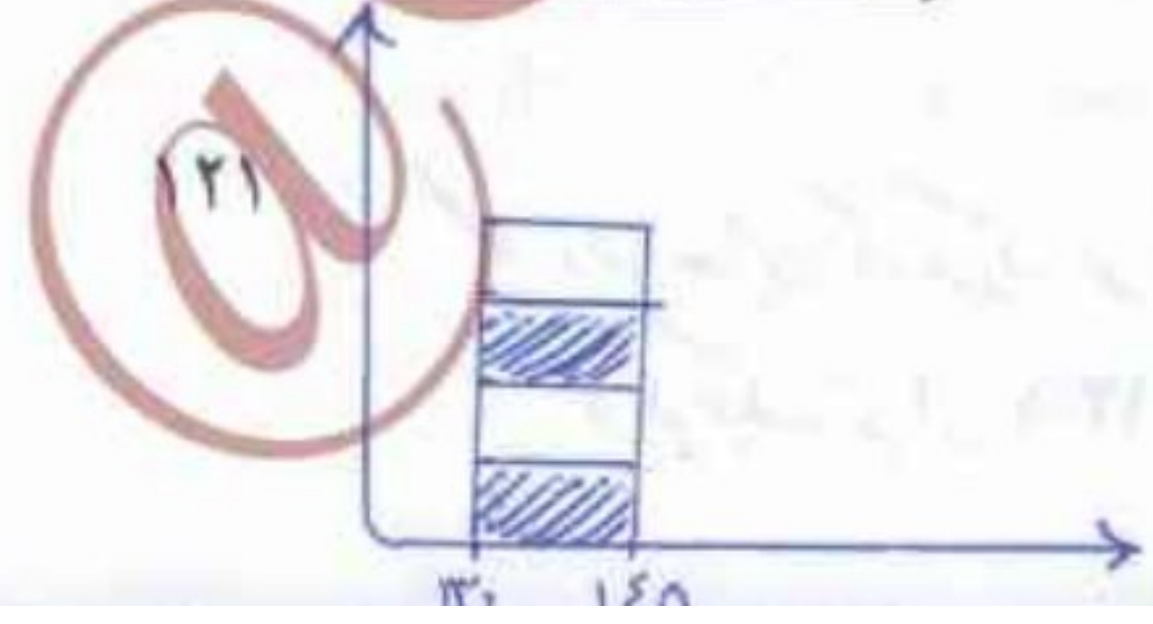
در رده سنی سوم یعنی (۱۶۰-۱۷۵)
 ۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟ در برنامه‌ریزی‌ها آینده می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد
 تیم بسکتبال - برای نوشتن آمارهای مهم خواهد بود برای ورزشکاران و مربیان روستا مورد

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار (بلوکی) متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیدا کردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.

در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.



نمودار بلوکی: هر بلوک نشان دهنده یک واحد است



۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است:

+۲	+۲	+۴	+۵	+۶	۰	-۱	-۲	۰	-۳	-۷	-۲	-۱	۰
-۱	-۳	-۶	-۷	(-۸)	(+۸)	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۳
+۲	+۲	-۴	-۲	-۱	۰	-۵	-۳	۰	۰	+۱	+۱	+۲	+۶

جدول فراوانی داده‌ها را بر اساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟ $۸ - (-۸) = ۱۶$ **دامنه تغییرات**

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟ $۱۶ \div ۴ = ۴$ **طول هر دسته**

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را

توصیف کنید. **طول هر دسته** $۱۵ \div ۵ = ۳$ و **دامنه تغییرات** $۲۰ - ۵ = ۱۵$

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۲	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	(۵)	۱۳	۱۵
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۲	۶	۱۲/۵	(۲۰)	Min		
										Man		

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید. **دامنه تغییرات** $۱۷۲ - ۱۵۲ = ۲۰$

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	(۱۷۲)	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
									Man					
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	(۱۵۷)	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶
				Min										

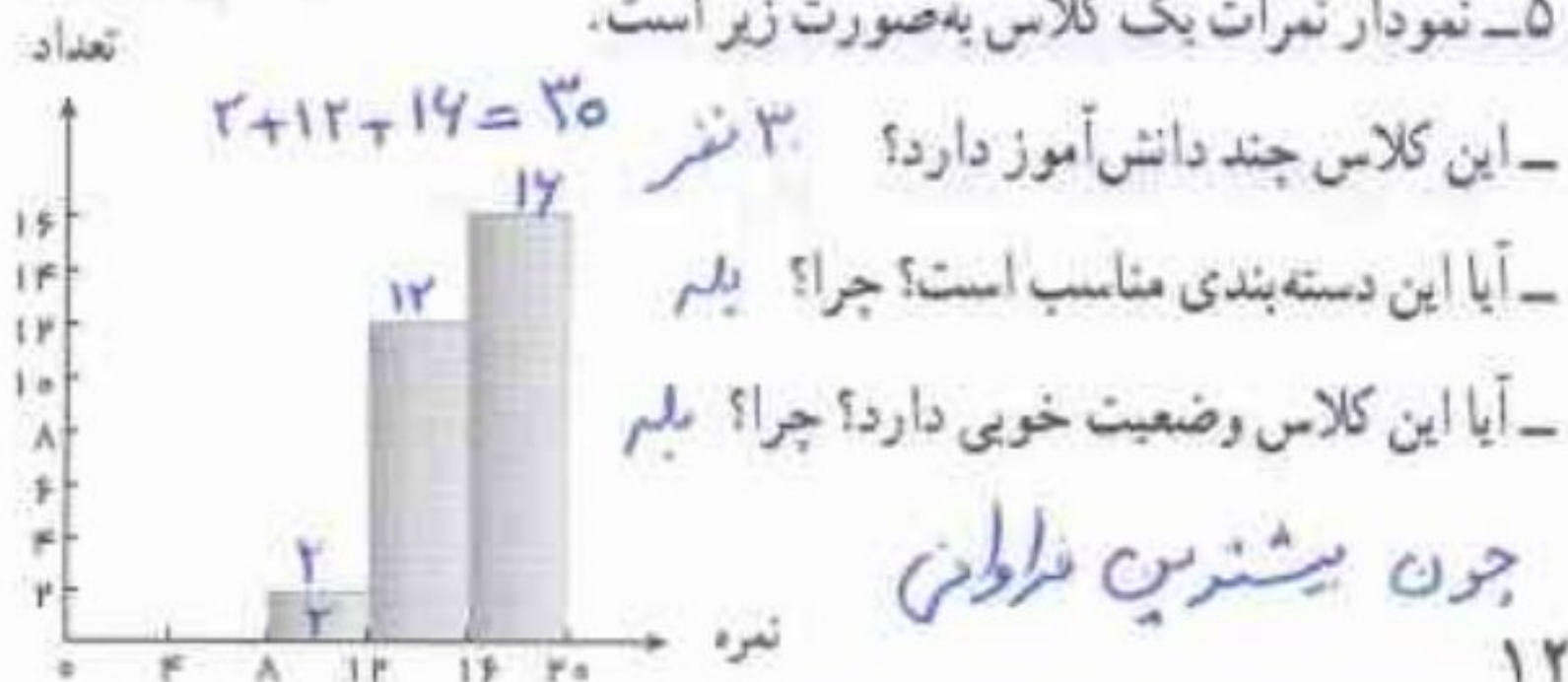
۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی تعداد دانش‌آموز

داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این



کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ **۴ نفر**

۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.



- این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ **۳۰ نفر**
 - آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ **بله**
 - آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ **بله**

چون بیشترین فراوانی

۱۲۲ در دسته ۱۶-۲۰ قرار دارد

طول هر دسته $\frac{۲۰ - ۵}{۵} = ۴$



$$\frac{4499}{40} = 147,475 \quad \text{میانگین}$$

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته $130 \leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای ۱۳۰ و ۱۴۵ را به دست آورده، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{130 + 145}{2} = 137,5$$

۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته‌ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید. برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته ۲۰۵-۱۹۰ قرار دارد به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

۱۴۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۸۲/۵, ۱۵۲/۵, ۱۴۷/۵, ۱۸۲/۵, ۱۹۷/۵, ۱۵۲/۵, ۱۸۲/۵, ۱۴۷/۵,
 ۱۸۲/۵, ۱۵۲/۵, ۱۸۲/۵, ۱۵۲/۵, ۱۴۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۳۷/۵, ۱۴۷/۵,
 ۱۳۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۳۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۹۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۳۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۸۲/۵, ۱۵۲/۵,
 ۱۸۲/۵, ۱۸۲/۵, ۱۴۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۹۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۴۷/۵, ۱۹۷/۵, ۱۳۷/۵

۴- چرا در عددهای بالا ۲ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون تعداد داده‌های این دسته ۴ تا بود

$$\frac{4710}{40} \approx 147,75$$

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین ۲ عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

چقدر است؟

$$147,75 - 147,475 = 0,275$$

یا توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته × فراوانی	میانگین دسته	فراوانی	حجم دسته‌ها
۲۸۷/۵	۱۳۷/۵	۴	$130 \leq x < 145$
۷۴۲/۵	۱۵۲/۵	۵	$145 \leq x < 160$
۳۰۱۵	۱۴۷/۵	۱۸	$160 \leq x < 175$
۱۴۶۰	۱۸۲/۵	۸	$175 \leq x < 190$
۷۹۰	۱۹۷/۵	۴	$190 \leq x \leq 205$
۴۷۱۰		مجموع	

اصلاحیه

اصلاحیه

$$\text{میانگین} = \frac{4710}{40} = 147,75$$

- ۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.
- ۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط × فراوانی
$0 \leq x < 4$	### ۱	۶	۲	۱۲
$4 \leq x < 8$	////	۴	۶	۲۴
$8 \leq x < 12$	###	۸	۱۰	۸۰
$12 \leq x < 16$	### ####	۱۷	۱۴	۲۳۸
$16 \leq x \leq 20$	### ////	۹	۱۸	۱۶۲
جمع		۴۴		۵۱۶

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

$$\bar{x} = \frac{135}{9} = 15$$

$$\frac{12+18}{2} = 15$$

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش آموز دارد، $17/25$ شده است. یکی از دانش آموزان نمره اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره $3/5$ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش آموزان نمره بالای

۱۵ گرفته اند. اگر این دانش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟ از این

$$\frac{17/25 \times 30 - 3/5}{29} = \frac{51/5 - 3/5}{29} = \frac{48/5}{29} = 17/29$$

سؤال چه نتیجه ای می گیرید؟

حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته اند و معدل کلاس $3/5$

نفره $10/25$ شده است. به جز یک دانش آموز که نمره $2/5$ گرفته است. اگر این دانش آموز را

$$\frac{3/5 \times 10/25 - 2/5}{29} = \frac{30/5 - 2/5}{29} = \frac{28/5}{29} \approx 9/9$$

کنار بگذاریم معدل کلاس چند می شود؟

نتیجه می گیریم نمرات بالا و پایین تاثیر زیادی روی میانگین دارند



۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره را در بیاریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟
 یعنی از سه رنگ قرمز، سفید یا آبی
 زیرا از هر سه رنگ در کیسه داریم و ما نگاه نمی کنیم

اولین مهره‌ای که از کیسه در آوریم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟ آبی، چون تعداد مهره های آبی بیشتر است

۲- یک سکه را یک بار می اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ دو حالت، پشت یا رو
 «اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ خیر
 زیرا در بار دوم هم شانس رو یا پشت آمدن یکی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیارد.» «شانس آوردم همه سوال های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.»
 از این جملات روزانه زیاد استفاده می کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می افتد. شانس را بر تاپ می کنیم، احتمال اینکه شانس بیاریم.

آوردن قرعه شش برنده شوم، ما شانس های خرم

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.



- یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی کند. قطعی است
- هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می آید. احتمال دارد
- یک سکه را انداختیم، رو می آید. احتمال دارد
- ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. قطعی است (نظر طراح کتاب)
- من درس هایم را خوانده ام و برای امتحان کاملاً آماده ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می شوم.
- فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.
- در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز در بیاید.

امکان ندارد





۱- در هر یک از مثال های زیر تمام حالت های ممکن را بنویسید.

• انداختن یک سکه : رو - پشت

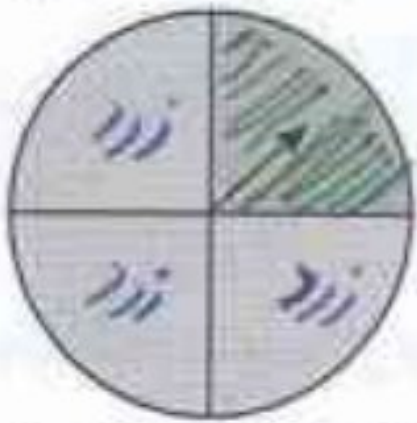
• انداختن یک تاس : ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

• حالت هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می افتد : روشن - خاموش

• در داخل یک کیسه مهره های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت های ممکن برای یک مهره که از

کیسه بیرون می آید : سه حالت (سبز، زرد، آبی)

• رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می ایستد. سبز - زرد



۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳، ۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۱، ۱)، (۱، ۲)، (۱، ۳)، (۱، ۴)، (۱، ۵)، (۱، ۶)، (۲، ۱)، (۲، ۲)، (۲، ۳)، (۲، ۴)، (۲، ۵)، (۲، ۶)

(۵، ۳) نشان می دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می کنید؟ آگنوسازی

$6 \times 6 = 36$

حالت

چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ تکراری ننویسیم و جانبداریم

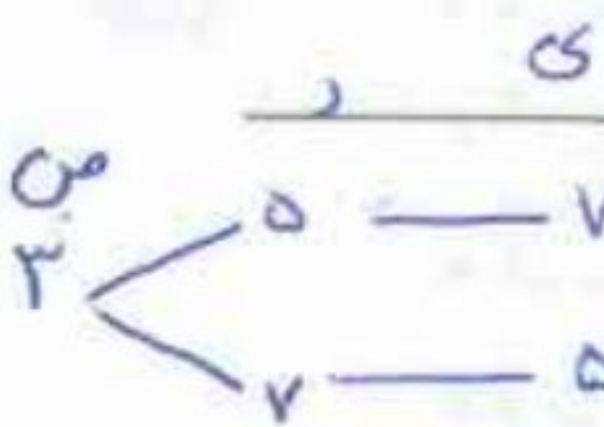
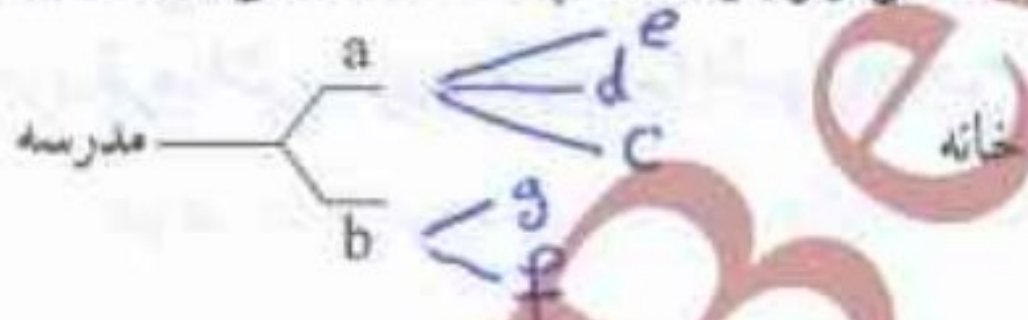
۳- وقتی حمید می خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

کوچه ها و خیابان ها را با حروف بیان می کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه های f و g برود تا به خانه

برسد. تمام حالت های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق

بیفتد؟ ۵ حالت



تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

• اعداد سه رقمی که در آنها رقم های ۷ و ۵ و ۳ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).

$3 \times 2 \times 1 = 6$ (تکراری)

$7 \rightarrow 2 \times 1$

$5 \rightarrow 2 \times 1$

• حالت های مختلف برای اینکه از داخل کیسه ای که حاوی ۳ مهره به رنگ های آبی و قرمز و سبز، مهره ای خارج کنیم

(یک یا دو یا سه مهره می توانیم خارج کنیم).

حالت ۱: (آبی، قرمز یا سبز) حالت ۳ \rightarrow ۱ مهره

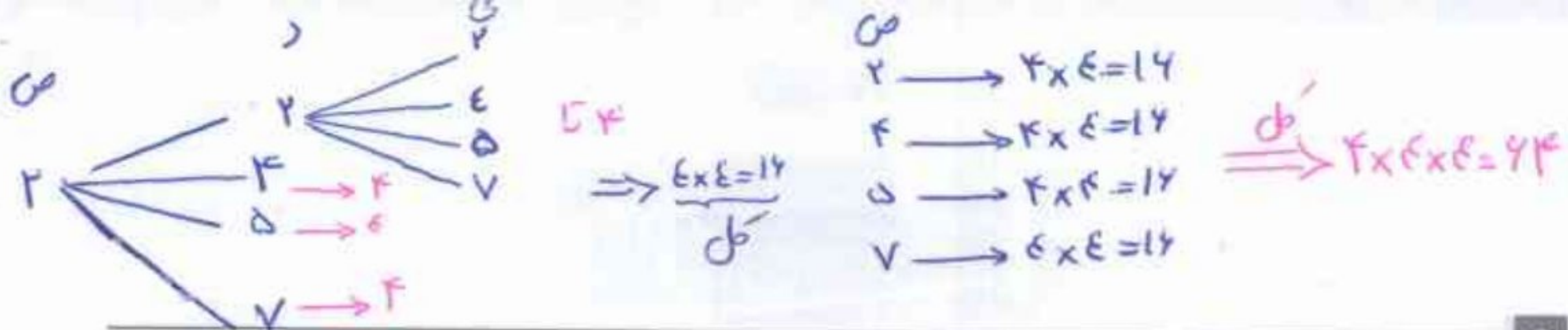
حالت ۲: (آبی، قرمز و سبز) حالت ۳ \rightarrow ۲ مهره

حالت ۳: (آبی، قرمز و سبز) حالت ۳ \rightarrow ۳ مهره



• حالت های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

تاس	سکه	تاس	سکه
۱	ر	۱	ر
۲	ر	۱	س
۳	ر	۲	ر
۴	ر	۲	س
۵	ر	۳	ر
		۳	س
		۴	ر
		۴	س
		۵	ر
		۵	س



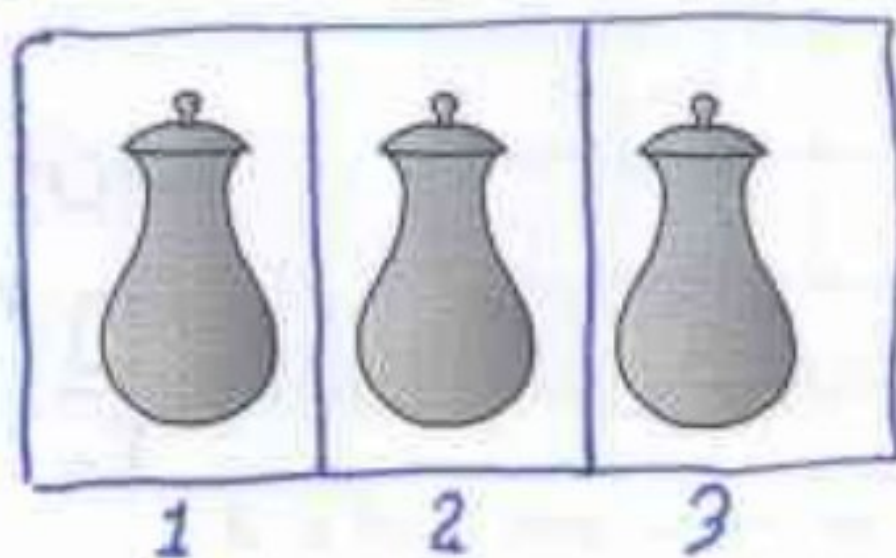
۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۲، ۵، ۷، ۴ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b، c می‌توان ساخت، پیدا کنید. *یکبار*

۳- یک مانسین ۴ جرخ و یک جرخ اضافه (زاپاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این جرخ‌ها پنجر باشند؟ *۵ حالت*

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و جای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟

اصلاح شود



۱	۲	۳
ش	ن	ج
ش	ج	ن
ن	ش	ج
ن	ج	ش

۱	۲	۳
ش	ش	ش
ج	ج	ج
ن	ن	ن

۶ حالت می‌توان جای دار

۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$(4-1)! = 3! = 6$

$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$

۶ حالت ۴ بار گذار می‌شود



۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ *پس رو یا پشت*

الف) این بار حتما پشت می‌آید. *نادرست* ب) این بار هم رو می‌آید. *نامرئج* احتمال رو یا پشت آمدن مساوی

است. *درست* زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت سانس مساوی داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.

خروجی $2^5 = 32$



$1 \times 12 = 12$

$4 \times 3 = 12$

$2 \times 4 = 12$

$6 \times 2 = 12$

$3 \times 4 = 12$

$12 \times 1 = 12$

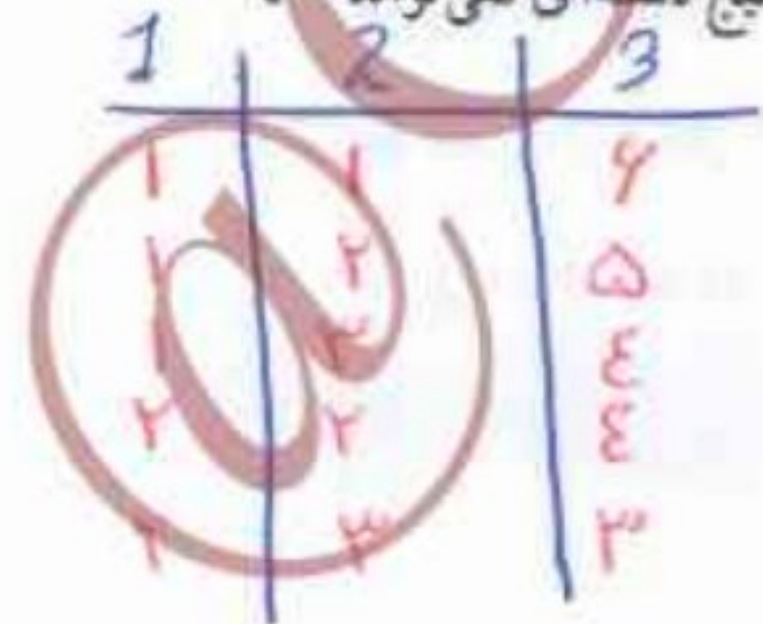
۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟ *۶ حالت*

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ *۶ حالت* $(1,11), (2,10), (3,9), (4,8), (5,7), (6,6)$

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

مهره داشته باشد.)



\Rightarrow *حالت ۵*

۱۲۸



۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می‌توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

آزمایش شود

$$\frac{3}{20}$$

چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

$$\frac{3}{5}$$

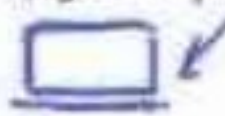
قرمز

هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

۵ دانش‌آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار قرمز است؟

اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد است؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

$$\frac{3}{5}$$



حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده‌اند؟ بله

اگر آزمایش ۱۰۰ دانش‌آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک‌تر می‌شوند؟ بله

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کنیم؟ ۵ مهره

چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ ۳ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟ $\frac{3}{5}$

هر چه قدر تعداد آزمایش‌ها بیشتر شود، هوا به $\frac{3}{5}$ نزدیک‌تر شود



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می‌چرخانیم و پس

از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را

یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

آبی:

قرمز:

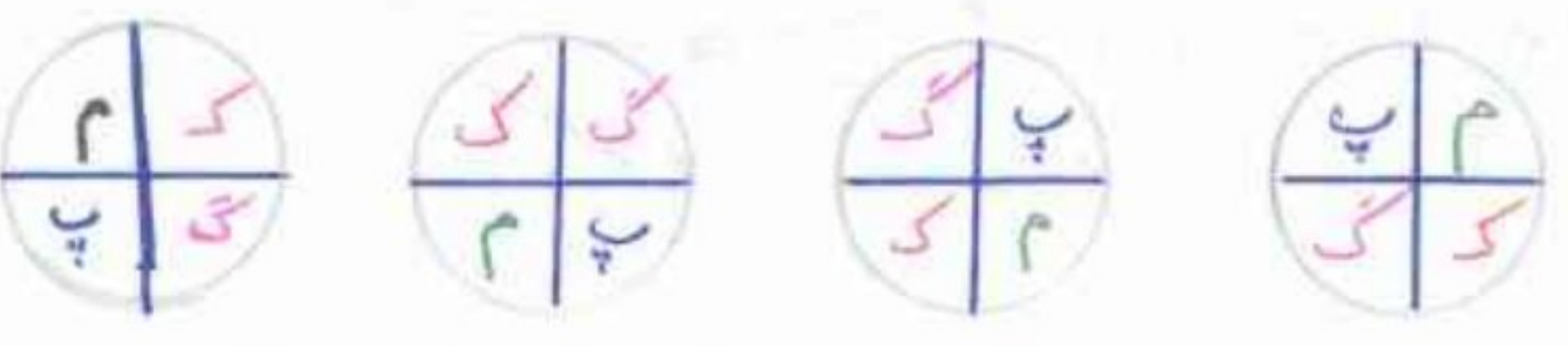
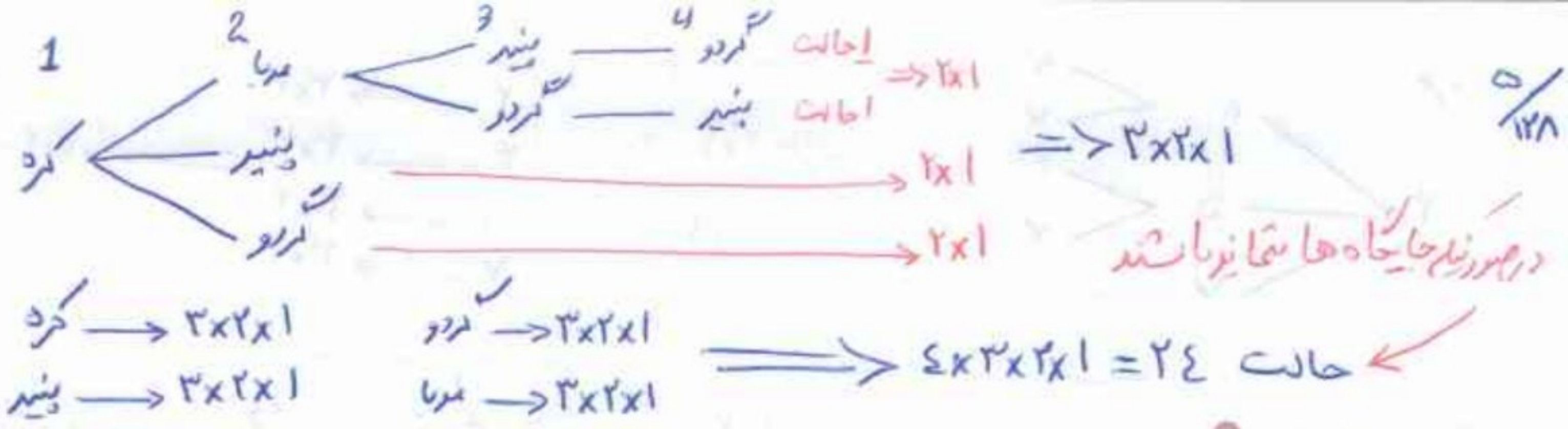
تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: _____

چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ $\frac{1}{6}$ چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ سبز درآمد؟

آیا این دو کسر به هم نزدیک شده‌اند؟ بله

تعداد سبز

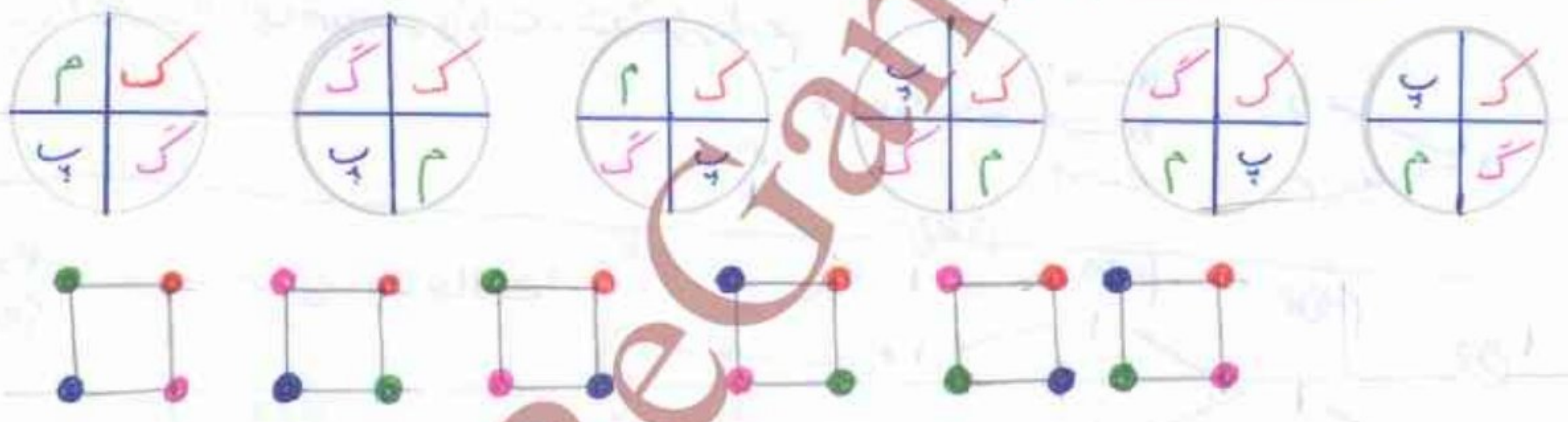
۱۴۹



این ۴ حالت یکی نباشند
بین هر حالت ۴ بار تکرار شود
 $۲۴ ÷ ۴ = ۶$

حالت $۴ × ۴ × ۴ × ۴ = ۲۵۶$
در هر ردیف ما در جایگذاری آزاد داریم و می‌توانیم تکراری نیز استفاده کنیم

راه حل برای دانش آموزان (راهنما در رسم شکل)



در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تمام حالت های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a ، تعداد حالت های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

را با $n(a)$ تعداد پیشامدهای ممکن را با $n(s)$ نمایش می دهیم. پس:

۱- وقتی یک سکه را می اندازیم، احتمال رو آمدن آن $\frac{1}{2}$ و احتمال پشت آمدن آن $\frac{1}{2}$ است.

وقتی یک تاس را می اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید $\frac{1}{6}$ و عدد ۶ بیاید $\frac{1}{6}$ است.

۲- وقتی یک تاس را می اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟ $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند.

چون تاس می تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.

پس:

$$P_{\text{زوج آمدن}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟ زیرا اگر اتفاق نیفتد برابر صفر است

و اگر صد درصد اتفاق نیفتد احتمال آن برابر ۱ است

پس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین صفر و یک است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال ها را با هم جمع کنید.

انداختن سکه:

$$\text{احتمال رو آمدن} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{احتمال پشت آمدن} = \frac{1}{2}$$

انداختن تاس:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

ایستادن عقربه روی یک رنگ

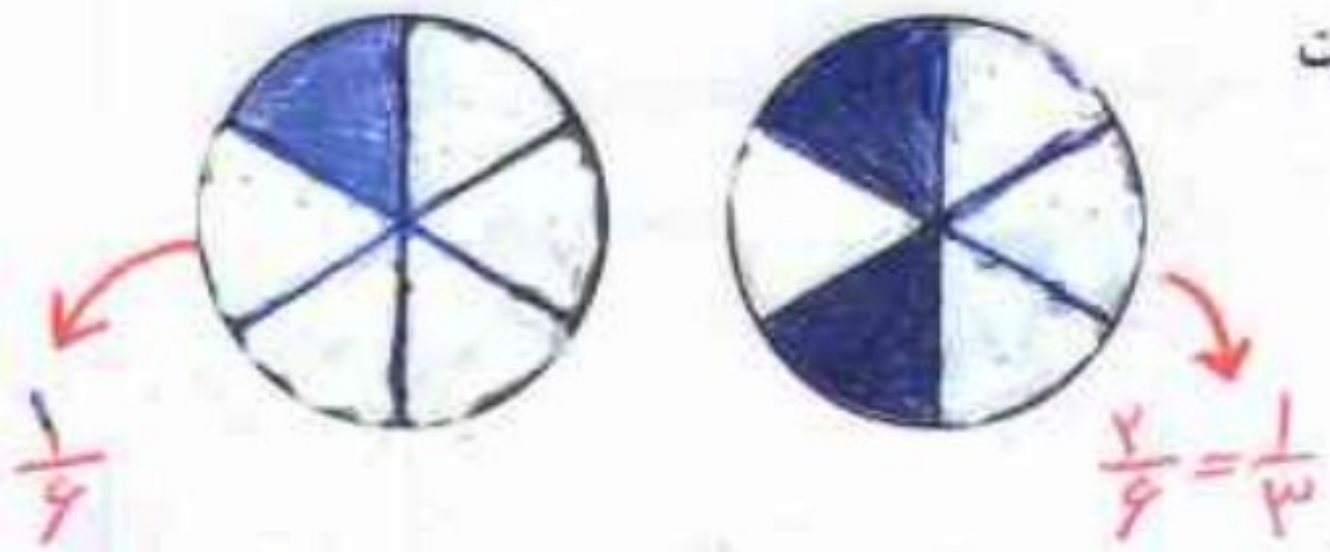


$$\begin{aligned} \text{احتمال رنگ سبز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ قرمز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ آبی} &= \frac{2}{4} \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = 1$$

چه نتیجه ای از این فعالیت می گیرید؟

مجموع احتمال های وقوع تمام پیشامدها برابر ۱ می شود

۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت



آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟

در هر دو قسمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بخورد
بیشتر است زیرا $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$

۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه



سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در

کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ در لسیه اول که ما مهره دارد احتمال

بیشتری دارد چون $\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$



۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار

بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟

سبز رنگ است
برای ۲۵۰ بار زیرا $\frac{1}{4}$ شانس

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

$$\frac{4}{9}$$

۳، ۶، ۹

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟ $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{12}$ آنها زرد، $\frac{1}{4}$ آنها سفید و $\frac{1}{4}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ سفید

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12} > \frac{1}{4}$$

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجوی دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

$$\frac{45}{100} = \frac{x}{1200} \Rightarrow x = 540 \text{ پسر}$$

است؟

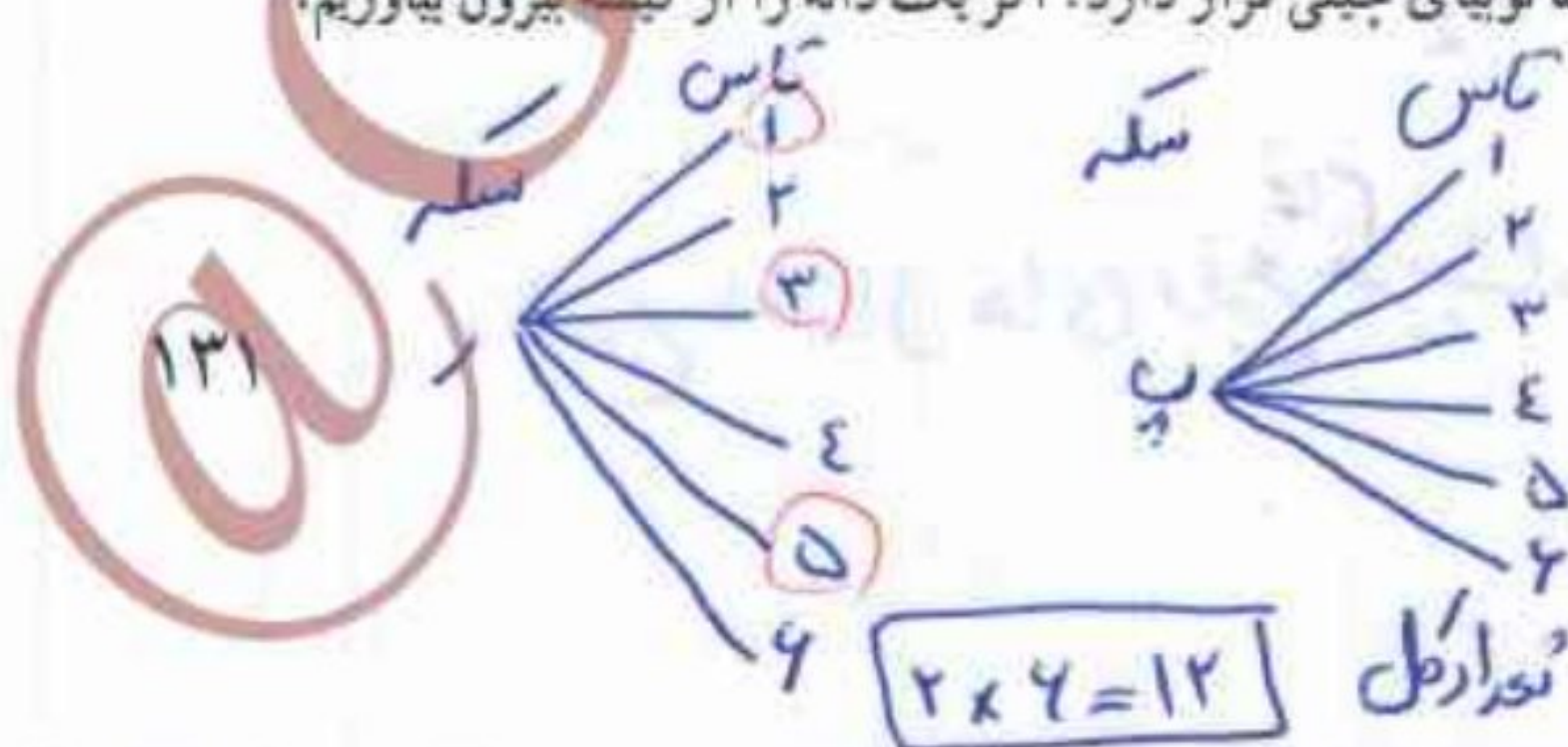
۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟ $\frac{100}{300} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 15$

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟



$$\frac{5}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

• آمار • داده • دامنه تغییرات • حدود دسته • متوسط دسته • فراوانی

در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

• دانستن کاربرد هر یک از نمودارها • پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها

• رسم نمودار بلوکی • درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی

• پیدا کردن میانگین چند عدد • پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها

• درک مفهوم پیشامد • نوشتن تمام پیشامدهای ممکن

• درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد • پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد

• احتمال ریاضی یک پیشامد • پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن

• احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است. • مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

کاربرد

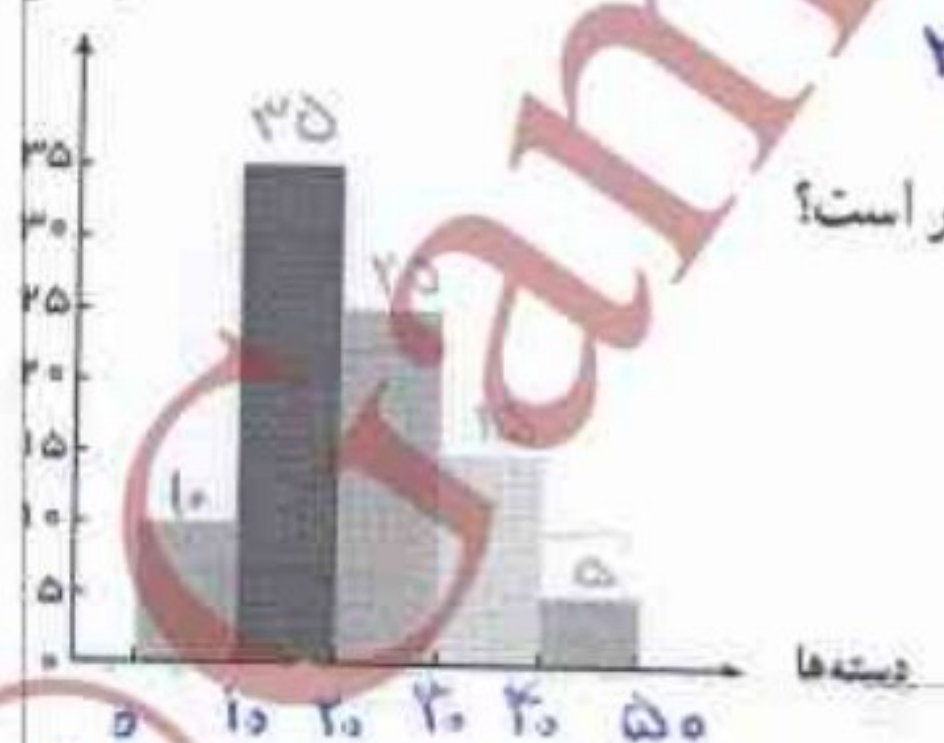
درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

پیشامدها را پیش‌بینی کنیم $\frac{1950}{90} \approx 21\frac{2}{3}$

$$\text{میانگین} = \frac{10 \times 5 + 25 \times 15 + 25 \times 20 + 15 \times 35 + 5 \times 40}{90}$$

تمرین‌های ترکیبی

فراوانی



در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- با توجه به نمودار ~~بلوکی~~ ^{ستونی} مقابل میانگین داده‌ها را به دست آورید. $21\frac{2}{3}$

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

کل حالت‌ها $6 \times 6 = 36$

زوج $3 \times 3 = 9$

$\Rightarrow 9 + 9 = 18 \Rightarrow \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

چون دو حالت هست یک بار اولی فرد $3 \times 3 = 9$

۱۳۲

دومی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد

اصلاحیه